	Movimiento ondulatorio **Ondas armónicas** **(2019- 2013)**	**Problemas resueltos**

(Oviedo. 2018-2019/ 3.3)

Una cuerda larga y tensa tiene uno de sus extremos fijo en una pared. El otro extremo lo agarra una persona proporcionándole un movimiento vertical sinusoidal con una frecuencia de 2 Hz y una amplitud de 7,5 cm. La velocidad de propagación de la onda a lo largo de la cuerda es v = 12 m/s. En el instante inicial, t=0, el extremo sujetado por la persona está en la posición de máximo desplazamiento vertical positivo e instantáneamente en reposo. Asumimos que no existen ondas propagándose desde el extremo fijo de la cuerda ni amortiguación debida al rozamiento con el aire.

a) Calcule y exprese en unidades del Sistema Internacional la amplitud de la onda, la frecuencia angular, el periodo, la longitud de onda y el número de onda.
b) Escriba una ecuación que describa la onda.
c) Encuentre la relación entre la energía que transporta la onda en la cuerda y la que transportaría otra onda en la misma cuerda con la mitad de amplitud e igual frecuencia.

Solución:

a)

$$A = 0{,}075\ \text{m}$$

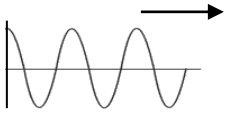
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2\ \text{s}^{-1}} = 0{,}5\ \text{s}$$

$$v = \lambda\, f\ ;\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}}{2\ \cancel{\text{s}^{-1}}} = 6\ \text{m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6\ \text{m}} = \frac{\pi}{3}\ \text{m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\ .\ 2\ \text{s}^{-1} = 4\pi\ \text{s}^{-1}$$

b) Para las condiciones especificadas en el enunciado (x = A para t=0)



$$y = 0{,}075\ \text{sen}\ (\frac{\pi}{3}\,x - 4\pi t + \frac{\pi}{2})$$

c) La energía que una onda transfiere a un punto del medio de masa m, viene dada por:

$$E_A = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m4\pi^2f^2A^2 = \left(2\pi^2m\right)f^2A^2$$

Si la amplitud es la mitad:

$$E_{\frac{A}{2}} = \left(2\pi^2m\right)f^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{\left(2\pi^2m\right)f^2A^2}{4} = \frac{E_A}{4}$$

Transportaría un cuarto de la energía de la onda inicial

.

(Oviedo. 2018-2019/ 1.3)

Las ondas transversales que se propagan a lo largo de una cuerda larga y tensa en el sentido negativo dell eje X lo hacen con una velocidad de 8 m/s, con una amplitud de 7 cm y una longitud de onda de 32 cm. El extremo x=0 posee su máximo desplazamiento vertical positivo en el instante t =0.

a) Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de dichas ondas.
b) Escriba la función de onda que describe dichas ondas.
c) Calcule el módulo y el sentido de la velocidad que tendrá una partícula situada en la posición x=16 cm en el instante t=0,05 s.
d) ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir desde el instante t=0,05 s para que la partícula situada en la posición x= 16 cm vuelva a tener el mismo desplazamiento y la misma velocidad que en ese instante?

Solución:

a)

$$v = \lambda f\ ;\ f = \frac{v}{\lambda} = \frac{8\ \frac{\cancel{m}}{s}}{0,32\ \cancel{m}} = 25\ s^{-1}(Hz) \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25\ s^{-1}} = 0,04\ s$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; k = \frac{2\pi}{0,32\ m} = 6,25\ \pi\ \ m^{-1} \qquad \omega = 2\pi f; \omega = 2\pi\ \ 25\ s^{-1} = 50\pi\ s^{-1}$$

b) Como en x=0 y t=0 hay un desplazamiento máximo positivo: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Por tanto:

$$\boxed{y = 0,07\ sen\ (6,25\pi\ x + 50\pi\ t + \frac{\pi}{2})}$$

c)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 0,07.\ 50\pi\ \cos(6,25\pi\ x + 50\pi\ t + \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{v = 3,5\pi\ \cos\ (6,25\pi\ x + 50\pi\ t + \frac{\pi}{2})}$$

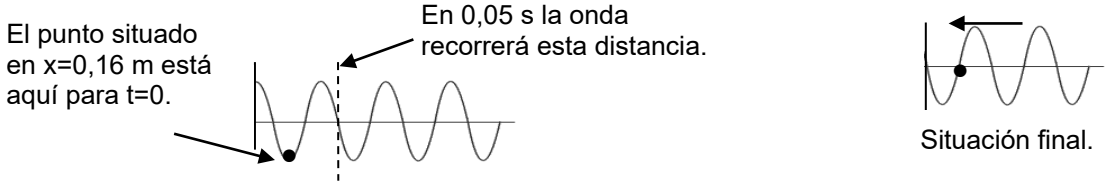
Para $x = 0,16\ m$ y $t = 0,05\ s$:

$$v = 3,5\pi\ \cos\ (6,25\pi\ .0,16 + 50\pi\ .0,05 + \frac{\pi}{2}) = 3,5\pi\frac{m}{s} = 11\frac{m}{s}$$

La velocidad alcanza su máximo valor (punto situado sobre el eje X. El signo positivo nos indica que se mueve según la dirección positiva del eje Y. O sea:

$$\vec{v} = 11\ \vec{j}\ \frac{m}{s}$$

Puede comprobarse que el resultado puede ser correcto, ya que a partir de la gráfica para t = 0 se puede situar el punto x= 0,16 m (media longitud de onda) y verificar que para t =0,05 s (T+T/4) la onda recorrerá una distancia igual a $\lambda + \frac{\lambda}{4}$ por lo que estará situado sobre el eje X y con sentido ascendente, ya que la onda se propaga hacia la izquierda. La velocidad, por tanto será máxima y hacia arriba.



d) Para que un punto adquiera el mismo estado de movimiento tiene que transcurrir, como mínimo, un periodo, luego 0,04 s

(Oviedo. 2017-2018/ 3.3)

Una onda transversal se propaga por un hilo en el sentido positivo del eje OX. La distancia mínima entre dos puntos en fase es de 2 mm. El foco emisor, situado en el extremo del hilo (x=0), oscila con una amplitud de 3 mm y una frecuencia de 25 Hz. Determine:

a) Velocidad de propagación de la onda.
b) Frecuencia angular o pulsación.
c) Número de onda.
d) Ecuación de la elongación en función de la posición y el tiempo, sabiendo que en el instante inicial y en el origen de la onda dicha elongación es nula.
e) Represente gráficamente la elongación en el extremo del hilo en función del tiempo.
f) Velocidad máxima en un punto del hilo.
g) Aceleración máxima de un punto del hilo.

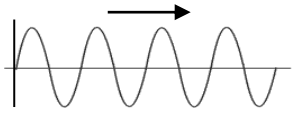
Solución:

a) Por definición la longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Luego la longitud de onda es: 2.10^{-3} m.

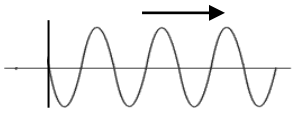
$$v = \lambda\, f = 2.10^{-3} m\ \ 25\ s^{-1} = 0{,}05\ \frac{m}{s}$$

b) $\omega = 2\pi f; \omega = 2\pi\ \ 25\ s^{-1} = 50\pi\ s^{-1}$ c) $k = \frac{2\pi}{\lambda}; k = \frac{2\pi}{2.10^{-3} m} = 1000\pi\ \ m^{-1}$

d) y e) Para las condiciones especificadas en el enunciado pueden darse dos soluciones:



$$\boxed{y = 0{,}003\ \text{sen}\ (1000\pi\, x - 50\ \pi t)}$$



$$\boxed{y = 0{,}003\ \text{sen}\ (1000\pi\, x - 50\ \pi t + \pi)}$$

f)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\,0{,}003.\,50\pi\cos(1000\pi\, x - 50\pi\, t)$$

$$\boxed{v = -\,0{,}15\pi\cos\,(1000\pi\, x - 50\pi\ \ t)}$$

$$v_{max} = 0{,}15\pi\ \frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.

g)

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\,0{,}15\pi\,.50\pi\ \text{sen}(1000\pi\, x - 50\pi\, t)$$

$$\boxed{a = -\,7{,}5\pi^2\ \text{sen}\,(1000\pi\, x - 50\pi\ \ t)}$$

$$a_{max} = 7{,}5\pi^2\ \frac{m}{s^2}$$

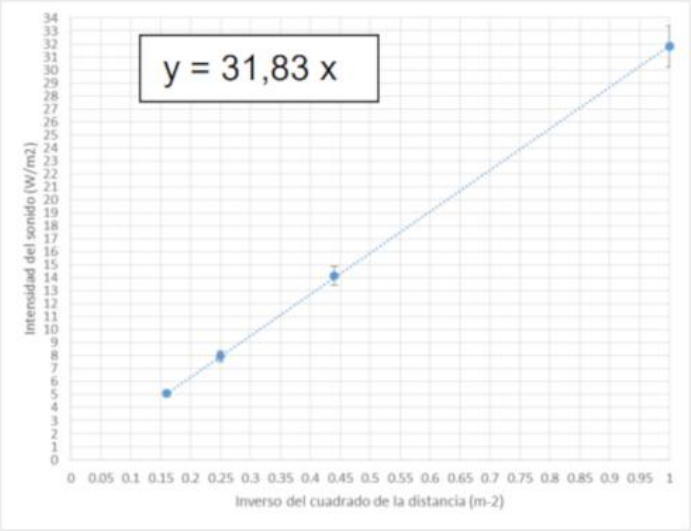
El valor máximo de la aceleración (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa en un valle o en una cresta.

(Oviedo. 2016-2017/ 3.3)

La intensidad física de un sonido que tiene frecuencia de 1000 Hz es de 10^{-12} W/m^2.

a) Determine el nivel de intensidad sonora de este sonido.
b) Cuanto aumenta el nivel de intensidad si la intensidad física del sonido se multiplica por cien.
c) Determine el nivel de intensidad sonora si los dos sonidos se emiten simultáneamente.

Se ha medido experimentalmente la intensidad física del sonido que emite un altavoz a las distancias de 1 m, 1,5 m, 2 m y 2,5 m del mismo (se supone que el altavoz es una fuente puntual y que el medio no disipa energía). Posteriormente se han representado gráficamente estos valores de intensidad frente al inverso del cuadrado de la distancia del centro emisor. Se observa en la gráfica que los datos muestran una tendencia lineal cuya pendiente es 31,83 W.



d) Determine la potencia sonora del altavoz.

DATO: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. Área de la esfera: $4\pi r^2$

Solución:

a) La intensidad sonora (sensación sonora o sonoridad) se calcula a partir de la fórmula:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Donde I0 es la intensidad umbral: 10^{-12} W/m^2 Como la intensidad para la que se solicita el cálculo es exactamente esta, tendremos que la intensidad sonora será 0 dB:

$$\beta = 10 \log \frac{I_0}{I_0} = 0 \text{ dB}$$

b) $$\beta = 10 \log \frac{100 I_0}{I_0} = 20 \text{ dB}$$

c) Si los dos sonidos se emiten simultáneamente tendremos una intensidad total de: $I_0 + 100\ I_0 = 101\ I_0$

$$\beta = 10 \log \frac{101 I_0}{I_0} = 20{,}04 \text{ dB}$$

d) Recordando el concepto de intensidad de una onda sonora y, teniendo en cuenta que los frentes de onda son superficies esféricas, llegamos a:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \left(\frac{P}{4\pi}\right)\frac{1}{r^2} \qquad \boxed{I = \left(\frac{P}{4\pi}\right)\frac{1}{r^2}}$$

Por tanto la gráfica de I frente a $1/r^2$ nos dará una recta de pendiente $P / 4\pi$. Por tanto (ver gráfica):

$$\frac{P}{4\pi} = 31{,}83 \text{ W} \; ; P = 4\pi\, 31{,}83 \text{ W} = 400 \text{W}$$

(Oviedo. 2016-2017/ 2.3)

Una onda unidimensional, armónica y transversal se propaga por una cuerda en la dirección positiva del eje X. Su amplitud es A= 0,3 m, su frecuencia es f= 20 Hz y su velocidad de propagación es de 12 m/s.

a) Calcule el valor de la longitud de onda.
b) Escriba la ecuación de la onda si y(x=0, t=0)= 0, calculando razonadamente el valor de todas las magnitudes que aparecen en ella.
c) Determine la expresión de la velocidad de un punto de la cuerda y calcule su valor máximo.
d) Si la cuerda tiene una longitud de 1 m y una densidad lineal de 0,3 g/cm, determine la energía transmitida por la onda.

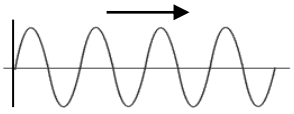
Solución:

a) $$v = \lambda f\,;\, \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12\,\frac{m}{\cancel{s}}}{20\,\cancel{s^{-1}}} = \frac{3}{5}\,m = 0,6\,m$$

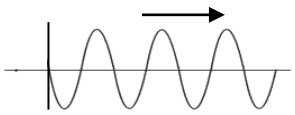
b) $A = 0,3\,m$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\,;\, k = \frac{2\pi}{\frac{3}{5}\,m} = \frac{10}{3}\pi\ m^{-1};\ \omega = 2\pi f;\omega = 2\pi\ \ 20\ s^{-1} = 40\pi\ s^{-1}$$

De las indicaciones dadas en el enunciado se deduce que $\varphi_0 = 0, \pi$ lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda sea:



$$y = 0,3\ sen\ (\frac{10}{3}\pi\ x - 40\ \pi t)$$



$$y = 0,3\ sen\ (\frac{10}{3}\pi\ x - 40\ \pi t + \pi)$$

c) $$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\,0,3.\,40\pi\,\cos(\frac{10}{3}\pi\ x - 40\pi\ t)$$

$$v = -\,12\pi\,\cos\,(\frac{10}{3}\pi\ x - 40\pi\ t)$$

$$v_{max} = 12\pi\,\frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.

d) La energía que una onda transfiere a una partícula de masa m, viene dada por:

$$E = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m4\pi^2f^2A^2 = \left(2\pi^2m\right)f^2A^2$$

Considerando la totalidad de la cuerda tendremos una masa de:

$$m = 100\ \cancel{cm}\ \ 0,3\,\frac{g}{\cancel{cm}} = 30\ g = 3\ 10^{-2}kg$$

Por tanto:

$$E = \left(2\pi^2m\right)f^2A^2 = 2\pi^2m\ f^2A^2 = 2\pi^2\ 3\ 10^{-2}kg\ \ 20^2\ s^2\ 0,3^2m^2 = 21,32\ J$$

(Oviedo. 2015-2016/ 6.1)

Una onda armónica se propaga por una cuerda en sentido positivo del eje X con una velocidad de 5 m/s. Su frecuencia es de 20 Hz y su amplitud 3 cm.

a) Escribe la ecuación de la onda, expresando todas las magnitudes en el sistema internacional.
b) Determina las ecuaciones de velocidad de vibración de una partícula de la cuerda, así como su aceleración.

Solución:

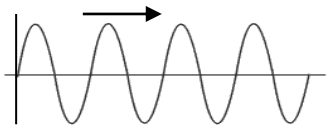
Ecuación general: $y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

a) Fijamos las condiciones iniciales. Si suponemos que para t= 0 la forma de la onda es la siguiente:

$$v = \lambda f;\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{5\ \frac{m}{s}}{20\ s^{-1}} = \frac{1}{4} m = 0{,}25\ m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}25\ m} = 8\pi\ m^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\ f = 2\pi\ 20\ s^{-1} = 40\pi\ s^{-1}$$



$$\boxed{y = 0{,}03\ \text{sen}\ (8\pi\ x - 40\pi\ t)}$$

Deberemos de usar el signo negativo (propagación según el sentido positivo eje X) y la fase inicial será cero

b)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\ 0{,}03.\ 40\pi \cos(8\pi\ x - 40\pi\ t) \qquad a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\ 1{,}2\pi\ 40\pi\ \text{sen}\ (8\pi\ x - 40\pi\ t)$$

$$\boxed{v = -\ 1{,}2\pi \cos\ (8\pi\ x - 40\pi\ t)} \qquad \boxed{a = -\ 48\pi^2\ \text{sen}\ (8\pi\ x - 40\pi\ t)}$$

(Oviedo. 2015-2016/ 2.1)

La ecuación de una onda armónica viene dada por la expresión: $y(x, t) = 4\ \text{sen}\ (0{,}5\pi\ x - 2\pi\ t)$ expresada en el sistema internacional de unidades.

a) Indica el sentido en que se mueve la onda.

Calcula
b) La amplitud, el periodo, la longitud de onda del movimiento y la velocidad de propagación de la onda.
c) La velocidad y aceleración máxima de un punto por donde pase la onda.

Solución:

a) Como la ecuación responde a la forma general: $y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

Deberemos de concluir que se mueve en el sentido positivo del eje X (signo negativo en la fase).

b)

$$A = 4\ m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}5\pi\ m^{-1}} = 4\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T};\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi\ s^{-1}} = 1\ s$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4\ m}{1\ s} = 4\ \frac{m}{s}$$

c)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\ 4.\ 2\pi \cos(0{,}5\pi\ x - 2\pi\ t)$$

$$\boxed{v = -\ 8\pi \cos\ (0{,}5\pi\ x - 2\pi\ t)}$$

$$v_{max} = 8\pi\ \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\ 2\pi\ 8\pi\ \text{sen}\ (0{,}5\pi\ x - 2\pi\ t)$$

$$\boxed{a = -\ 16\pi^2\ \text{sen}\ (0{,}5\pi\ x - 2\pi\ t)}$$

$$a_{max} = 16\pi^2\ \frac{m}{s^2}$$

(Oviedo. 2015-2016/ 4.1)

Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda según la ecuación:

expresada en el sistema internacional de unidades. $y(x,t) = 5\ \text{sen}\ (0,2\pi\ x + 20\pi\ t)$

a) Indica en qué sentido se propaga la onda.
b) Determina el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación.
c) Calcula el valor máximo de la velocidad y de la aceleración

Solución:

a) Como la ecuación responde a la forma general: $y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

Deberemos de concluir que se mueve en el sentido negativo del eje X (signo positivo en la fase).

b)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,2\pi\ m^{-1}} = 10\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi\ s^{-1}} = 0,1\ s$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10\ m}{0,1\ s} = 100\ \frac{m}{s}$$

c)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 5.\ 20\pi \cos(0,2\pi\ x + 20\pi\ t)$$

$$\boxed{v = 100\pi \cos\ (0,2\pi\ x + 20\pi\ t)}$$

$$v_{max} = 100\pi\ \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\ 20\pi\ 100\pi\ \text{sen}\ (0,2\pi\ x + 20\pi\ t)$$

$$\boxed{a = -\ 2000\pi^2\ \text{sen}\ (0,2\pi\ x - 20\pi\ t)}$$

$$a_{max} = 2000\pi^2\ \frac{m}{s^2}$$

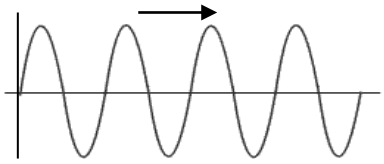
(Oviedo. 2014-2015/ 5.2)

Escribe la ecuación de una onda que se propaga de izquierda a derecha a lo largo del eje X con una velocidad de 5 m/s, una amplitud de 20 cm y una frecuencia de 10 Hz

Solución:

Ecuación general: $y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

Fijamos las condiciones iniciales. Si suponemos que para t= 0 la forma de la onda es la siguiente:



Deberemos de usar el signo negativo (propagación según el sentido positivo eje X) y la fase inicial será cero.

$$v = \lambda f; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{5\ \frac{m}{\cancel{s}}}{10\ \cancel{s^{-1}}}. = 0,5\ m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,5\ m} = 4\pi\ m^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\ f = 2\pi\ 10\ s^{-1} = 20\pi\ s^{-1}$$

$$\boxed{y = 0,20\ \text{sen}\ (4\pi\ x - 20\pi\ t)}$$

(Oviedo. 2014-2015/ 4.2)

En el centro de una piscina circular de 6 m de radio se produce una perturbación que da origen a un movimiento armónico en la superficie del agua. La longitud de onda de ese movimiento es ¾ m y la onda tarda 12 segundos en llegar a la orilla. Calcular:

a) El periodo y la frecuencia del movimiento.
b) La amplitud, si al cabo de 0,25 s la elongación es de 4 cm.
c) La elongación de un punto situado a 6 cm del foco emisor al cabo de 12 segundos.

Solución:

a)

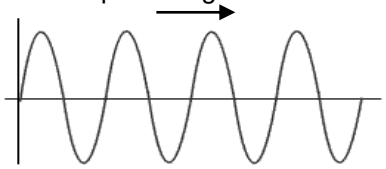
$$\lambda = \frac{3}{4}\,\text{m} = 0{,}75\,\text{m}$$

$$v = \frac{e}{t} = \frac{6\,\text{m}}{12\,\text{s}} = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\lambda}{T};\; T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}75\,\cancel{\text{m}}}{0{,}5\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 1{,}5\,\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}5\,\text{s}} = 0{,}67\,\text{s}^{-1}(\text{Hz})$$

b) Vamos a suponer que partimos de unas condiciones iniciales (t=0) en las que el perfil de la onda es el siguiente (se considera que el origen de coordenadas está situado en el centro de la piscina):



$$y = A\,\text{sen}\,(kx \pm \omega t + \varphi_0)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}\,\text{m}} = \frac{8}{3}\,\pi\,\text{m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\,f = 2\pi\,\frac{2}{3}\,\text{s}^{-1} = \frac{4}{3}\,\pi\,\text{s}^{-1}$$

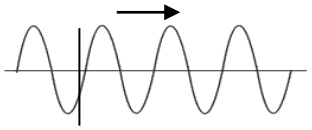
Como se desplaza hacia la derecha se tomará como signo el negativo. La fase inicial será nula. Como desconocemos el valor de la amplitud podremos escribir la ecuación de la onda como:

$$y = A\,\text{sen}\,(\frac{8}{3}\,\pi\,x - \frac{4}{3}\,\pi\,t)$$

c) El problema, con los datos suministrados (y = 0,04 m para t= 0,25 s), no tiene solución, ya que no nos da valores para x. Si suponemos, por ejemplo, que y = 0,04 m para t= 0,25 s y en el origen (x=0), tendremos: $y = A\,\text{sen}\,(-\frac{4}{3}\,\pi\,t)$

$$A = \frac{y}{\text{sen}\,(-\frac{4}{3}\,\pi\,t)} = \frac{0{,}04\,\text{m}}{\text{sen}\,(-\frac{4}{3}\,\pi\,0{,}25)} = -\,2{,}2\,\text{m}$$

El signo negativo se debe a que en ese instante, y para ese punto, la onda se encuentra por debajo del eje Y:



(Oviedo. 2014-2015/ 2.2)

La ecuación de una onda armónica que se propaga por una cuerda es:

$$y(x,t) = 20\ \text{sen}\ [\pi(4\ x + 3\ t)]$$

Si las magnitudes están expresadas en el sistema internacional de unidades

a) Indica si la onda se mueve en sentido positivo o negativo del eje X.
b) Calcular la amplitud, el periodo, la frecuencia y la longitud de onda del movimiento.
c) Determina el valor de la velocidad transversal máxima de un punto cualquiera de la cuerda.

Solución:

a) Podemos escribir la ecuación de la onda en la forma:

$$y(x,t) = 20\ \text{sen}\ (4\pi\ x + 3\ \pi t)$$

Como la ecuación responde a la forma general: $y = A\ \text{sen}\ (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

Deberemos de concluir que se mueve en el sentido negativo del eje X (signo positivo en la fase).

b)

$$A = 20\ \text{m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi\ \text{m}^{-1}} = 0,5\ \text{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi\ \text{s}^{-1}} = \frac{2}{3}\ \text{s} = 0,67\ \text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2/3\ \text{s}} = 1,5\ \text{s}^{-1}(\text{Hz})$$

c) Para calcular la expresión de la velocidad, derivamos respecto de t:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 20\ 3\pi \cos(4\pi\ x + 3\pi\ t)$$

$$v = 60\pi \cos(4\pi\ x + 3\pi\ t)$$

$$v_{máx} = 60\pi\ \frac{m}{s} = 188,5\ \frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.

(Oviedo. 2013-2014/ 8.2)

Una onda armónica se propaga por una cuerda a lo largo del eje X en sentido positivo con una velocidad de 2 m/s. Su amplitud es 25 cm y su longitud de onda 1 m:

a) Determina la frecuencia de la onda.
b) Escribe la ecuación del movimiento.
c) Halla la ecuación de la velocidad transversal y de la aceleración de un punto de la cuerda en función del tiempo.

Solución:

a)

$$v = \frac{\lambda}{T}; T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1\ \text{m}}{2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,5\ \text{s}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5\ \text{s}} = 2\ \text{s}^{-1}(\text{Hz})$$

b)

$$A = 0,25\ \text{m}$$

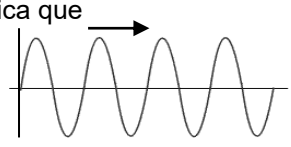
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1\ \text{m}} = 2\pi\ \text{m}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5\ \text{s}} = 4\pi\ \text{s}^{-1}$$

Ecuación:

$$y = 0,25\ \text{sen}\ (2\pi\ x - 4\pi\ t)$$

Se ha supuesto $\varphi_0 = 0$ lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda es:



c) Para hallar la velocidad y la aceleración derivamos respecto de t:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -0,25\ 4\pi \cos(2\pi\ x - 4\pi\ t)$$

$$\boxed{v = -\pi \cos(2\pi\ x - 4\pi\ t)}$$

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\pi\ 4\pi\ \text{sen}\ (2\pi\ x - 4\pi\ t)$$

$$\boxed{a = -4\pi^2\ \text{sen}\ (2\pi\ x - 4\pi\ t)}$$

(Oviedo. 2013-2014/ 6.3)

Un chico está realizando las tareas domésticas quitando la ropa del tendal. Al terminar decide repasar la clase de física usando la cuerda. Para ello desata uno de los extremos, tensa la cuerda y mueve el extremo desatado hacia arriba y hacia abajo senoidalmente con una frecuencia de 2 Hz y una amplitud de 7,5 cm. La rapidez de la onda es v=12 m/s. En t = 0 el extremo tiene desplazamiento cero y está instantáneamente en reposo. Supón que ninguna onda rebota del extremo lejano.

a) Calcular la amplitud, frecuencia angular, periodo, longitud de onda y número de onda.
b) Escribe la función que describe la onda.

Solución:

a)

$A = 0,075\ \text{m}$

$\omega = 2\pi f; \omega = 2\pi\ 2\ \text{s}^{-1} = 4\pi\ \text{s}^{-1}$

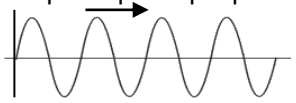
$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2\ \text{s}^{-1}} = 0,5\ \text{s}$

$v = \frac{\lambda}{T}; \lambda = v\ T = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ 0,5\ \text{s} = 6\ \text{m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6\ \text{m}} = \frac{\pi}{3}\text{m}^{-1}$

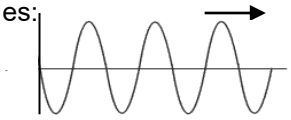
b) Ecuación: $y = 0,075\ \text{sen}\ (\frac{\pi}{3}\ x - 4\pi\ t)$

Se ha supuesto que se desplaza en sentido positivo del eje X.y que $\varphi_0 = 0$ lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda es:



También sería válido: $y = 0,075\ \text{sen}\ (\frac{\pi}{3}\ x - 4\pi\ t + \pi)$

donde se ha supuesto que $\varphi_0 = \pi$, lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda es:



(Oviedo. 2013-2014/ 5.2)

Una chica grita frente a una montaña y oye el eco de su voz 10 s después.

a) Explica cómo determinar la distancia a la que se encuentra la montaña y calcula el valor de la misma.
b) Si la frecuencia de las ondas sonoras es 1 kHz ¿Cuánto vale su longitud de onda?

DATO: Velocidad de propagación del sonido en el aire: 340 m/s.

Solución:

a) Las ondas sonoras se reflejan cuando encuentran algún obstáculo en su propagación. Por tanto se reflejarán en la ladera de la montaña. Suponiendo una velocidad de propagación constante y sabiendo que para percibir el eco (onda reflejada) el sonido deberá de recorrer una distancia doble (debe ir y volver) a la que existe entre la chica y la montaña:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2d}{t};\ d = \frac{v\ t}{2} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\ 10\ \cancel{\text{s}}}{2} = 680\ \text{m}$$

b) $$v = \lambda\ f; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1000\ \text{s}^{-1}} = 0,34\ \text{m}$$

(Oviedo. 2013-2014/ 4.2)

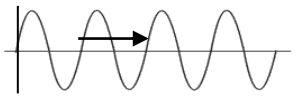
Una onda armónica se propaga según la ecuación, expresada en el sistema internacional de unidades.

$$y(x,t) = 2 \text{ sen } (2\pi\ x - 16\ \pi t)$$

a) Indica en qué sentido se propaga la onda.
b) Determina la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.
c) Halla la expresión de la velocidad de cualquier punto de la onda y calcula su valor máximo.

Solución:

a) La onda se propaga en el sentido positivo del eje X (signo negativo en la fase)



$$y = A \text{ sen } (kx \pm \omega t + \varphi_0)$$

b)

$$A = 2\,m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi\,m^{-1}} = 1m$$

$$\omega = 2\pi f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{16\ \pi\ s^{-1}}{2\pi} = 8\ s^{-1}$$

$$v = \lambda\ f = 1m\ \ 8\ s^{-1} = 8\ \frac{m}{s}$$

c) Para calcular la expresión de la velocidad, derivamos respecto de t:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\ 2.16\pi \cos(2\pi\ x - 16\pi\ t)$$

$$v = -\ 32\pi \cos(2\pi\ x - 16\pi\ t)$$

$$v_{máx} = 32\pi\ \frac{m}{s} = 100,5\ \frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.

(Oviedo. 2012-2013/ 6.2)

Una onda transversal se propaga en una cuerda en la dirección negativa del eje X. Su amplitud es A=0,5 m, la frecuencia f= 10 Hz y su velocidad de propagación 15 m/s.

a) Calcula el valor de la longitud de onda.
b) Escribe la ecuación de la onda calculando razonadamente el valor de todas las magnitudes que aparecen en ella.
c) Determina la expresión de la velocidad de un punto de la cuerda y calcula su valor máximo

Solución:

a)

$$v = \lambda\ f\ ; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{15\ \frac{m}{s}}{10\ s^{-1}} = 1,5\ m$$

b)

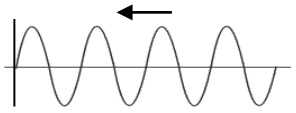
$$A = 0,5\ m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; k = \frac{2\pi}{1,5\ m} = \frac{4}{3}\pi\ m^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f; \omega = 2\pi\ 10\ s^{-1} = 20\pi\ s^{-1}$$

$$\boxed{y = 0,5 \text{ sen } (\frac{4}{3}\pi\ x + 20\ \pi t)}$$

Se ha supuesto que $\varphi_0 = 0$ lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda es:



c)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 0,5.\ 20\pi \cos(\frac{4}{3}\pi\ x + 20\pi\ t)$$

$$v = 10\pi \cos(\frac{4}{3}\pi\ x + 20\pi\ t)$$

$$v_{máx} = 10\pi\ \frac{m}{s} = 31,4\ \frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.

(Oviedo. 2012-2013/ 4.2)

Una onda armónica se propaga según la ecuación, expresada en el sistema internacional de unidades.

$$y(x,t) = 2 \text{ sen } [2\pi\ (0,1\ x - 8t)]$$

a) Indica en qué sentido se propaga la onda.
b) Determina la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.
c) Halla la expresión de la velocidad de cualquier punto de la onda y calcula su valor máximo.

Solución:

a) Podemos escribir la ecuación de la onda en la forma: $y(x,t) = 2 \text{ sen } (0,2\pi\ x - 16\ \pi t)$

Como la ecuación responde a la forma general: $y = A \text{ sen } (kx \pm \omega t + \varphi_0)$

Deberemos de concluir que se mueve en el sentido positivo del eje X (signo negativo en la fase)

b)

$$A = 2\,m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,2\pi\,m^{-1}} = 10\,m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{16\pi\,s^{-1}} = \frac{1}{8}\,s = 0,125\,s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1/8\,s} = 8\,s^{-1}(Hz)$$

c) Para calcular la expresión de la velocidad, derivamos respecto de t:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -2.16\pi \cos(0,2\pi\ x - 16\pi\ t)$$

$$v = -32\pi \cos(0,2\pi\ x - 16\pi\ t)$$

$$v_{máx} = 32\pi\,\frac{m}{s} = 100,6\,\frac{m}{s}$$

(Oviedo. 2012-2013/ 2.2)

Una onda transversal se propaga en una cuerda en la dirección positiva del eje X. Su amplitud es A=0,3 m, la frecuencia f= 20 Hz y su velocidad de propagación 12 m/s.

a) Calcula el valor de la longitud de onda.
b) Escribe la ecuación de la onda calculando razonadamente el valor de todas las magnitudes que aparecen en ella.
c) Determina la expresión de la velocidad de un punto de la cuerda y calcula su valor máximo

Solución:

a) $v = \lambda\, f\,; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12\,\frac{m}{\cancel{s}}}{20\,\cancel{s^{-1}}} = \frac{3}{5}\,m = 0,6\,m$

b)

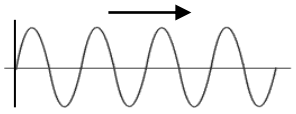
$$A = 0,3\,m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; k = \frac{2\pi}{\frac{3}{5}\,m} = \frac{10}{3}\,\pi\,m^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f; \omega = 2\pi\ 20\ s^{-1} = 40\pi\ s^{-1}$$

$$\boxed{y = 0,3 \text{ sen } (\frac{10}{3}\,\pi\ x - 40\ \pi t)}$$

Se ha supuesto que $\varphi_0 = 0$ lo que implica que para t = 0 el perfil de la onda es:



c) Para calcular la expresión de la velocidad, derivamos respecto de t.

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -0,3.\ 40\pi \cos(\frac{10}{3}\,\pi\ x - 40\pi\ t)$$

$$v = -12\pi \cos(\frac{10}{3}\,\pi\ x - 40\pi\ t)$$

$$v_{máx} = 12\pi\,\frac{m}{s} = 37,7\,\frac{m}{s}$$

El valor máximo de la velocidad (módulo) se adquiere cuando el punto considerado se sitúa sobre el eje X.