

(Oviedo 2021-2022/Junio.2A)

Una carga eléctrica positiva $q_1 = 6 \mu\text{C}$ se coloca en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica positiva $q_2 = 3 \mu\text{C}$ se acerca desde el infinito hasta una distancia de 9 m de q_1 sobre el eje X positivo.

- Calcula el trabajo realizado para llevar la carga eléctrica q_2 hasta dicho punto. Especifica si es un trabajo realizado por el campo eléctrico de la carga q_1 o contrario al campo.
- Determina el punto del eje X situado entre ambas cargas en el que una carga negativa $-q$ estaría en equilibrio electrostático.

DATOS: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2 \text{ C}^{-2}$

Solución:

- La carga q_2 está inicialmente en el infinito donde el potencial es nulo. En el punto situado a 9 m de la carga q_1 el potencial valdrá:

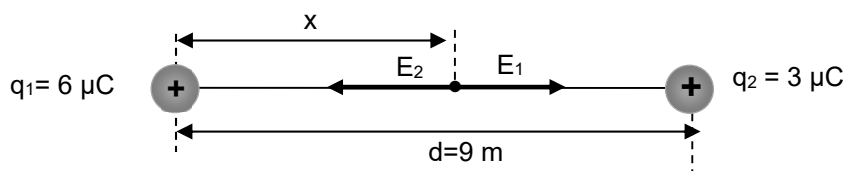
$$V = k \frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

El trabajo realizado por el campo para traer la carga q_2 desde el infinito ($V_1=0$) hasta el punto considerado (V_2), será:

$$W = - \Delta E_p = q_2(V_1 - V_2) = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} (0 - 6 \cdot 10^3) \frac{\text{J}}{\text{C}} = - 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ (J)}$$

El trabajo es negativo, lo que indica que la variación de la energía potencial del segundo punto es mayor; hay que llevar la carga desde un punto de menor energía potencial a otro de mayor energía potencial. Esto **no es un proceso espontáneo**, habrá que comunicar energía aplicando una fuerza externa. Se realiza trabajo “en contra” del campo.

-



$$\left. \begin{array}{l} E_1 = K \frac{q_1}{x^2} \\ E_2 = K \frac{q_2}{(d-x)^2} \end{array} \right\} E_1 = E_2 ; K \frac{q_1}{x^2} = K \frac{q_2}{(d-x)^2} ; \frac{x^2}{(d-x)^2} = \frac{q_1}{q_2} ; \frac{x}{d-x} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}} ; x = 5,27 \text{ m}$$

(Oviedo 2021-2022/Junio.2B)

Dos hilos conductores rectilíneos de longitud indefinida se hallan situados en el plano XY, uno de ellos a lo largo del eje OX y el otro de forma paralela a una distancia determinada. La intensidad de corriente que recorre el hilo conductor del eje OX tiene un valor de 2 A y circula en el sentido positivo del eje. La intensidad de corriente en el segundo conductor es de 3 A.

- Determina el módulo dirección y sentido del campo magnético creado por el primer conductor en el punto de coordenadas (-1, -1).
- Determina el sentido de circulación de la corriente que circula por el segundo conductor y la posición a la que se encuentra respecto del primero, para que el vector campo magnético B resultante sea nulo en el punto de coordenadas (1, 1) expresadas en unidades del S.I.

Justifica las dos posibles soluciones

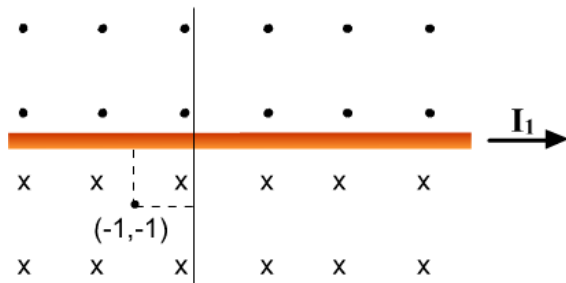
DATOS: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

Solución:

- Según se puede ver en el esquema el campo magnético creado por el conductor en el punto (-1,-1) será perpendicular al papel y entrando:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 2 \text{ A}}{2 \pi \cdot 1 \text{ m}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$\vec{B} = -4 \cdot 10^{-7} \vec{k} \text{ (T)}$$



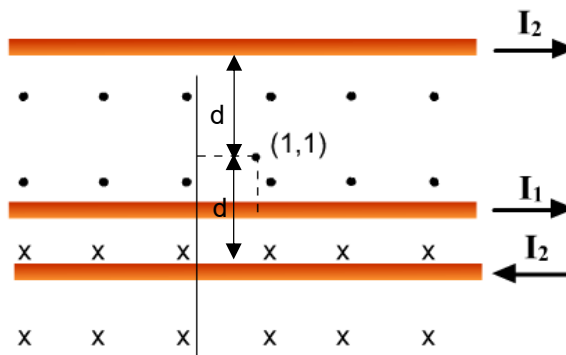
- Para que el campo magnético se anule en el punto (1,1), tenemos dos posibilidades:

- ✓ Que el conductor se sitúe **por debajo del primero** a una distancia d del punto y que la corriente (I_2) circule por él **en sentido contrario**, con lo que se creará en el punto (1,1) un campo perpendicular al plano del papel y entrante.

Para que el campo se anule en ese punto debe cumplirse que los campos tengan el mismo valor:

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I_2}{2 \pi d} \\ B_1 &= B_2 \end{aligned} \right\} d = \frac{\mu_0 I_2}{2 \pi B_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 3 \text{ A}}{2 \pi \cdot 4 \cdot 10^{-7} \text{ T}} = 1,5 \text{ m}$$

Luego el conductor se situará a **1,5 m del punto (1,1) o a 0,5 m por debajo del primer conductor**



- ✓ Que el conductor se sitúe **por encima del primero** a una distancia d del punto y que la corriente (I_2) circule por él **en el mismo sentido**, con lo que se creará en el punto (1,1) un campo perpendicular al plano del papel y entrante.

Para que el campo se anule en ese punto debe cumplirse que los campos tengan el mismo valor

Los cálculos son idénticos a los realizados en el caso anterior. La distancia $d = 1,5 \text{ m}$ hay que interpretarla ahora como que **el conductor se sitúa a 1,5 m por encima del punto. Esto es a 2,5 m del primer conductor.**

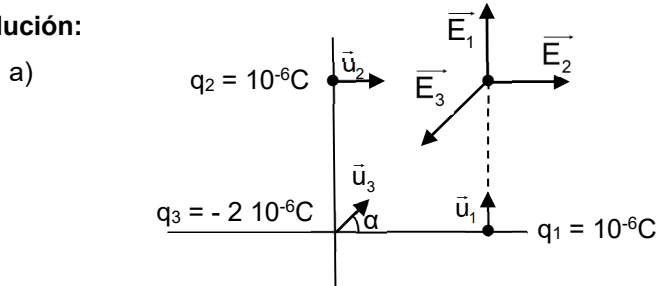
(Oviedo 2021-2022/Julio.2A)

Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de lado $l = 2 \text{ m}$, dos de ellas con carga positiva q colocadas en los puntos $(2, 0)$ y $(0, 2)$, respectivamente, mientras que la tercera carga negativa tiene un valor $-2q$ y se encuentra situada en el origen $(0, 0)$, siendo $q = 10^{-6} \text{ C}$

- Determina el campo eléctrico resultante y el potencial eléctrico en el vértice opuesto al de la carga negativa, situado en el punto $(2, 2)$
- Calcula el trabajo que debe realizarse para trasladar una carga negativa $-q$ desde el vértice del cuadrado, en el punto $(2, 2)$, hasta el centro, en el punto de coordenadas $(1, 1)$

DATOS: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solución:



Campo debido a q_1 y q_2

$$\vec{E}_1 = K \frac{q_1}{r_1^2} (\vec{u}_1) = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{10^{-6} \text{ C}}{2^2 \text{ m}^2} \vec{j} = 2250 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{q_2}{r_2^2} (\vec{u}_2) = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{10^{-6} \text{ C}}{2^2 \text{ m}^2} (\vec{i}) = 2250 \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

Campo debido a q_3

Vector unitario: $\vec{u}_3 = \cos \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j} = 0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}$

$$\vec{E}_3 = K \frac{q_3}{r_3^2} (\vec{u}_3) = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{8 \text{ m}^2} (0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}) = -1590 \vec{i} - 1590 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

Campo total:

$$\vec{E}_{\text{Tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 6600 \vec{i} + 6600 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

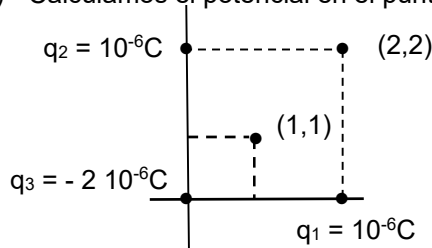
El potencial de las cargas 1 y 2 es el mismo ya que el valor de la carga y la distancia al punto son idénticos:

$$V_1 = V_2 = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{10^{-6} \text{ C}}{2 \text{ m}} = 4500 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_3 = K \frac{q_3}{r_3} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{8} \text{ m}} = -6364 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_{\text{Tot}} = V_1 + V_2 + V_3 = 4500 (\text{V}) + 4500 (\text{V}) - 6364 (\text{V}) = 2636 \text{ V}$$

- b) Calculamos el potencial en el punto $(1,1)$



$$V_1 = V_2 = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = 6364 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_3 = K \frac{q_3}{r_3} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = -12728 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_{(1,1)} = V_1 + V_2 + V_3 = 6364 (\text{V}) + 6364 (\text{V}) - 12728 (\text{V}) = 0$$

$$W = q(V_{(2,2)} - V_{(1,1)}) = -10^{-6} \text{ C} (2636 - 0) \frac{\text{J}}{\text{C}} = -2,64 \cdot 10^{-3} (\text{J})$$

El signo negativo del trabajo indica que hay que realizar trabajo contra el campo (aplicar energía) ya que una carga negativa no se mueve espontáneamente hacia potenciales decrecientes.

(Oviedo 2021-2022/Julio.2B)

Una partícula alfa (${}^4\text{He}^{2+}$) en estado de reposo inicial, se acelera horizontalmente de izquierda a derecha en el sentido del eje X positivo, mediante una diferencia de potencial de 100 V aplicada entre dos placas conductoras planoparalelas. Seguidamente la partícula alfa penetra en una región donde hay un campo magnético de intensidad $B = 100 \text{ mT}$ perpendicular a la velocidad de la partícula y dirigido según el eje Z negativo, con sentido entrante hacia dentro del plano XY.

- a) Calcula la velocidad que lleva la partícula alfa al pasar por la segunda placa, y la máxima altura vertical que alcanzará según el eje Y, tras recorrer una trayectoria semicircular bajo la acción del campo magnético
- b) ¿Qué radio de curvatura tendría la trayectoria que describiría un electrón en las mismas condiciones del experimento, tras cambiar la polaridad de las placas planoparalelas?

DATOS: $|q_e| = |q_p| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solución:

- a) La energía adquirida por la partícula alfa al ser sometida a la diferencia de potencial vendrá dada por:

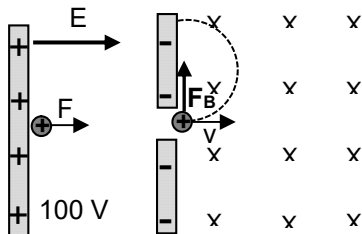
$$W = q \Delta V$$

Esta energía se transforma en energía cinética que la carga adquiere, luego su velocidad será:

$$\left. \begin{array}{l} W = qV \\ W = \Delta E_c \\ \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \end{array} \right\} \frac{1}{2}mv^2 = qV; v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2(2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) \cancel{\text{C}} 100 \frac{\text{J}}{\cancel{\text{C}}}}{4(1,67 \cdot 10^{-27}) \text{ kg}}} = 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En el cálculo se ha tenido en cuenta que una partícula alfa es un núcleo de He formado por dos protones y dos neutrones. Además, se ha supuesto que la masa de un protón y un neutrón son iguales y que la masa del núcleo es la suma de las partículas que lo forman lo cual es solo una aproximación

Una vez que entra en la región sometida a la acción del campo magnético la partícula curvará su trayectoria:



$$r = \frac{m v}{q B} = \frac{4(1,67 \cdot 10^{-27}) \text{ kg} \cdot 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2(1,6 \cdot 10^{-19}) \text{ C} \cdot 0,1 \text{ T}} = 0,0196 \text{ m} \approx 2 \text{ cm}$$

La máxima altura que adquiere según el eje Y será el doble del radio, luego aproximadamente 4 cm

- b)

La velocidad adquirida por el electrón al ser acelerado entre las placas valdrá:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{C}} 100 \frac{\text{J}}{\cancel{\text{C}}}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y el radio:

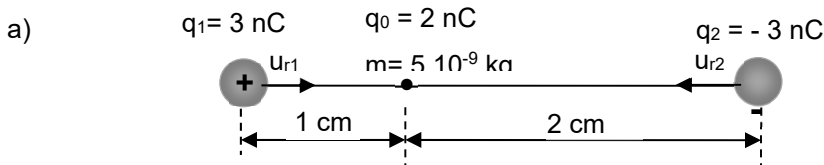
$$r = \frac{m v}{q B} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,1 \text{ T}} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

(Oviedo 2020-2021/Junio.3)

Un dipolo está formado por dos cargas puntuales, $q_1 = +3 \text{ nC}$ y $q_2 = -3 \text{ nC}$, situadas a una distancia mutua de 3 cm. Una partícula de polvo con masa $m = 5 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$ y carga eléctrica $q_0 = +2 \text{ nC}$ se coloca en reposo en un punto A localizado entre las dos cargas y a una distancia de 1 cm respecto de la carga positiva.

Calcule:

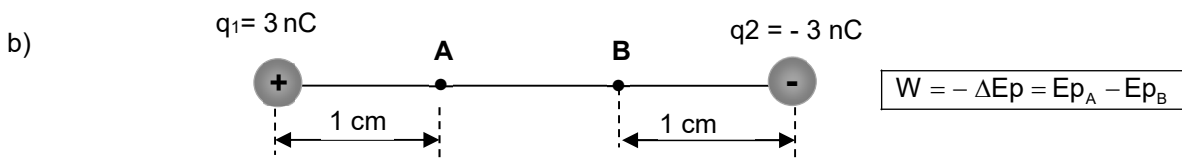
- c) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza externa ejercida sobre la partícula de polvo.
d) El trabajo para trasladar la partícula desde el punto A a un punto B que dista 1 cm de la carga negativa.

DATOS: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$ **Solución:**

$$\vec{F}_+ = k \frac{q_1 q_0}{r_1^2} \vec{u}_{r1} = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(10^{-2} \text{m})^2} \right) \vec{i} = (5,4 \cdot 10^{-4}) \vec{i} \text{ (N)}$$

$$\vec{F}_- = k \frac{q_2 q_0}{r_2^2} \vec{u}_{r2} = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-3 \cdot 10^{-9}) \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} \right) (-\vec{i}) = (1,4 \cdot 10^{-4}) \vec{i} \text{ (N)}$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = (5,4 \cdot 10^{-4}) \vec{i} \text{ (N)} + (1,4 \cdot 10^{-4}) \vec{i} \text{ (N)} = (6,8 \cdot 10^{-4}) \vec{i} \text{ (N)}$$



Cálculo de la energía potencial en el punto A

$$E_{p(A)+} = k \frac{q_1 q_0}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{10^{-2} \text{m}} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$E_{p(A)-} = k \frac{q_2 q_0}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-3 \cdot 10^{-9}) \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{2 \cdot 10^{-2} \text{m}} = -2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$E_{p(A)} = E_{p(A)+} + E_{p(A)-} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ (J)} + (-2,7 \cdot 10^{-6}) \text{ (J)} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

Cálculo de la energía potencial en el punto B

$$E_{p(B)+} = k \frac{q_1 q_0}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{2 \cdot 10^{-2} \text{m}} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$E_{p(B)-} = k \frac{q_2 q_0}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-3 \cdot 10^{-9}) \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{C}}{10^{-2} \text{m}} = -5,4 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$E_{p(B)} = E_{p(B)+} + E_{p(B)-} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)} + (-5,4 \cdot 10^{-6}) \text{ (J)} = -2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$W = -\Delta E_p = E_{p(A)} - E_{p(B)} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)} - (-2,7 \cdot 10^{-6}) \text{ (J)} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

Como $E_{p(A)} > E_{p(B)}$ al ir de A a B la carga pierde energía potencial ($W > 0$).

La carga irá espontáneamente (sin necesidad de aportar energía externa) de A a B.

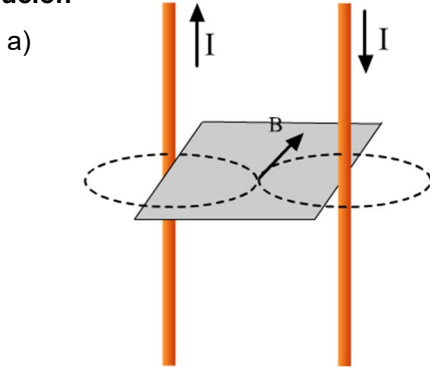
(Oviedo. 2020-2021/Junio.4)

Dos hilos conductores rectilíneos paralelos muy largos de longitud L y por los que circulan corrientes eléctricas opuestas de 15 000 A se encuentran a una distancia d = 5 mm.

- Halle el campo magnético en un punto del plano que determinan los conductores y equidistante entre ambos.
- Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejerce cada hilo sobre el otro.

DATOS: $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$

Solución:



Al circular la misma corriente, pero en sentidos opuestos, ambos conductores crearán en el punto medio de la recta que los separa un campo magnético perpendicular al plano que contiene a los conductores y entrante (ver figura).

Para cada conductor el campo creado a una distancia d, vale:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d}$$

$$b) \quad F = \left(\frac{\mu_0 L}{2 \pi} \right) \frac{I_2 I_1}{d} = \left(\frac{\mu_0 L}{2 \pi} \right) \frac{I^2}{d} \quad B_{\text{Tot}} = 2B = \frac{2 \mu_0 I}{\pi d} = \frac{4 \pi 10^{-7} \text{ N}}{\pi 2,5 10^{-3} \text{ m}} = 2,4 \text{ T}$$

$$\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu_0}{2 \pi} \right) \frac{I^2}{d} = \frac{4 \pi 10^{-7} \left(\frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right) (1,5 10^4)^2 \text{ A}^2}{2 \pi 2,5 10^{-3} \text{ m}} = 9,3 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Al ser corrientes de sentido contrario ambos conductores se repelen.

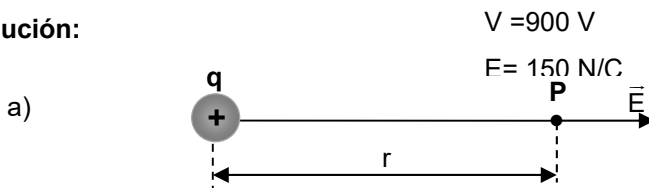
(Oviedo. 2020-2021/Julio.3)

En un punto P que se encuentra a una cierta distancia de una carga puntual el potencial eléctrico es 900 V, mientras que el campo eléctrico en ese punto es 150 N/C. Calcule:

- La distancia desde el punto P a la posición de la carga puntual.
- El valor y el signo de la carga puntual.
- El potencial y el campo eléctrico en el punto P si invertimos el signo de la carga

DATOS: $k = 9 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$

Solución:

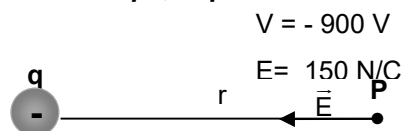


La carga ha de ser positiva, puesto que el potencial es positivo, y el campo, en consecuencia, será saliente (ver figura).

- La carga ha de ser positiva, tal como se ha dicho en el apartado anterior. Para calcular su valor:

$$\left. \begin{aligned} V &= k \frac{q}{r} \\ E &= k \frac{q}{r^2} \end{aligned} \right\} r = \frac{V}{E} = \frac{900 \frac{\text{J}}{\text{C}}}{150 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = 6 \text{ m} \quad V = k \frac{q}{r}; q = \frac{V r}{k} = \frac{900 \frac{\text{J}}{\text{C}} 6 \text{ m}}{6,67 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}} = 6 10^{-7} \text{ C} = 60 \mu\text{C}$$

Al invertir la carga **tanto el valor del potencial como el del campo permanecen invariables**, solo cambian de signo, lo que, **en el caso del campo, implica un cambio de sentido**.



(Oviedo. 2020-2021/Julio.4)

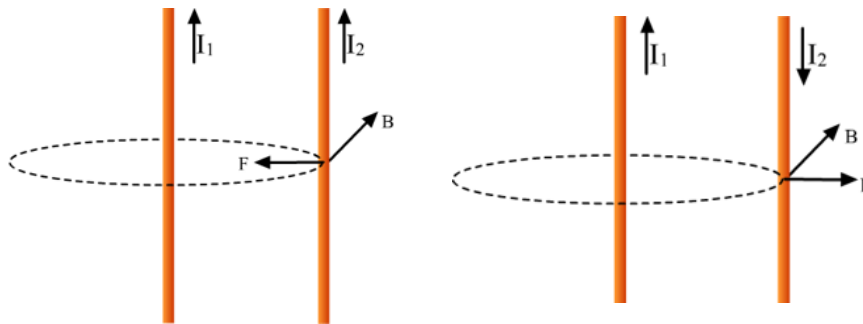
Disponemos de tres hilos conductores rectilíneos paralelos, muy largos, de longitud L por los que circulan corrientes eléctricas de 10 A cada una. En los dos hilos de los extremos la corriente es en el mismo sentido y opuesta en el hilo del centro. La distancia entre hilos consecutivos es $d = 1\text{ cm}$.

- Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en los hilos de los extremos. Haga un dibujo donde se representen los hilos y las fuerzas.
- Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en el hilo central.

DATOS: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$

Solución:

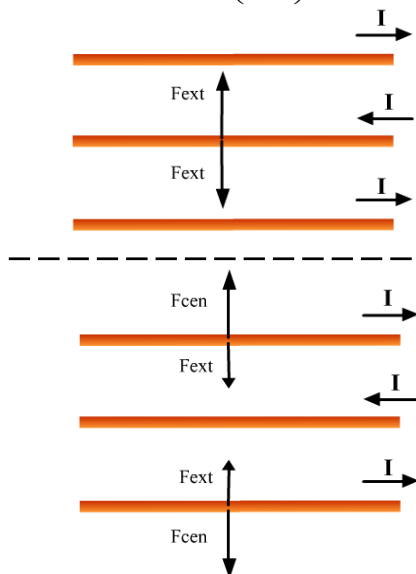
a) y b)



Cuando por dos hilos paralelos circulan corrientes en el mismo sentido los conductores se atraen, y cuando circulan en sentido contrario, se repelen (ver imagen).

La fuerza con que se atraen o repelen viene dada por la expresión:

$$F = \left(\frac{\mu L}{2\pi}\right) \frac{I_1 I_2}{d}; \text{ Si } I_1 = I_2 = I; F = \left(\frac{\mu L}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d}; \frac{F}{L} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d}$$



Si los tres conductores están situados en paralelo, tal y como se muestra en la figura, los hilos extremos repelerán al conductor central con idéntica fuerza, razón por la que **la fuerza total actuante sobre este conductor será nula**.

Si consideramos las fuerzas actuantes sobre uno de los conductores extremos, el conductor central lo repelerá (F_{cen}) y el otro conductor lo atraerá (F_{ext}). Como están situados a distinta distancia **las fuerzas no serán iguales y los conductores extremos sentirán una fuerza que los aleja del conductor central**.

Para calcular la fuerza, calculamos cada una de las fuerzas actuantes y restamos:

$$\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{cen}}{L} &= \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d} \\ \frac{F_{ext}}{L} &= \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{2d} \end{aligned} \right\} F = \frac{F_{cen}}{L} - \frac{F_{ext}}{L} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d} - \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d}$$

$$\frac{F}{L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \frac{I^2}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \frac{10^2 \text{A}^2}{10^{-2}\text{m}} \right) = 10^{-3} \text{ m}$$

(Oviedo. 2019-2020/Junio.3)

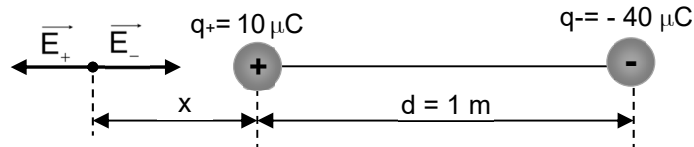
Dos cargas puntuales con cargas $q_1 = +10 \mu\text{C}$ y $q_2 = -40 \mu\text{C}$ se disponen en el vacío en posiciones fijas separadas 1 m una de otra. Determinar:

- Un punto A donde se anule el campo eléctrico.
- Un punto B donde sea nulo el potencial eléctrico.
- El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B.

DATOS: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solución:

a)



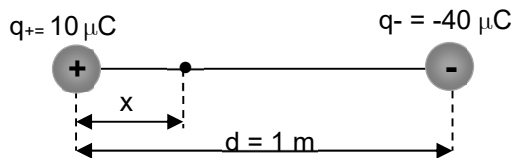
El campo eléctrico no se anulará en la zona entre las cargas, ya que ahí los campos de ambas cargas se sumarán. A la derecha de la carga negativa, aunque se resten tampoco van a poder anularse ya que al estar la carga positiva más alejada y ser más pequeña, el campo creado por la negativa va a ser siempre mayor. Por tanto, **el punto estará situado a la izquierda de la carga positiva** (ver esquema)

$$\left. \begin{aligned} E_+ &= K \frac{q_+}{x^2} \\ E_- &= K \frac{q_-}{(d+x)^2} \end{aligned} \right\} E_+ = E_- ; K \frac{q_+}{x^2} = K \frac{q_-}{(d+x)^2} ; \frac{(d+x)^2}{x^2} = \frac{q_-}{q_+} ; \frac{(d+x)}{x} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{-6} \cancel{\text{C}}}{10 \cdot 10^{-6} \cancel{\text{C}}}} ; x = d = 1 \text{ m}$$

b)

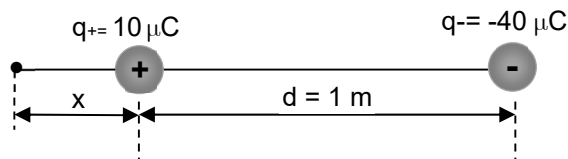
$$\left. \begin{aligned} V_+ &= K \frac{q_+}{r_+} \\ V_- &= K \frac{q_-}{r_-} \end{aligned} \right\} V_{\text{Tot}} = V_+ + V_- = 0 ; K \frac{q_+}{r_+} + K \frac{q_-}{r_-} = 0 ; \frac{r_+}{r_-} = -\frac{q_+}{q_-} ; \frac{r_+}{r_-} = \frac{10 \mu\text{C}}{40 \mu\text{C}} = \frac{1}{4} ; \boxed{r_- = 4 r_+}$$

El potencial se anulará en los puntos que cumplan que su distancia a la carga negativa sea el cuádruple que a la positiva. **Esto se puede cumplir en un punto situado entre las cargas:**



$$d - x = 4x ; x = \frac{d}{5} = \frac{1 \text{ m}}{5} = 0,20 \text{ m}$$

o en un punto situado a la izquierda de la carga positiva:



$$d + x = 4x ; x = \frac{d}{3} = \frac{1 \text{ m}}{3} = 0,33 \text{ m}$$

c)

$$W = q(-\Delta V) = q(V_1 - V_2) = q(V_1 - 0) = q V_1$$

El primer punto estará situado 1 m a la izquierda de la carga positiva y el potencial valdrá:

$$\left. \begin{aligned} V_+ &= K \frac{q_+}{r_+} \\ V_- &= K \frac{q_-}{r_-} \end{aligned} \right\} V_1 = K \frac{q_+}{r_+} + K \frac{q_-}{r_-} = K \left(\frac{q_+}{r_+} + \frac{q_-}{r_-} \right) = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{40 \cdot 10^{-6}}{2} \right) \frac{\cancel{\text{C}}}{\cancel{\text{m}}} = -9 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

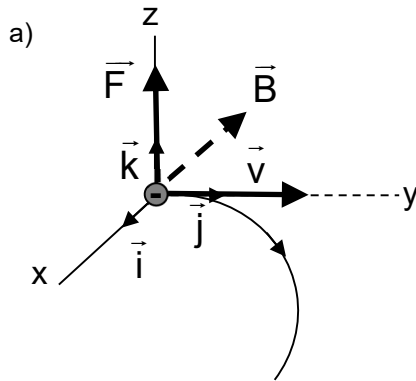
$$W = q V_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{C}} (-9 \cdot 10^4) \frac{\text{J}}{\cancel{\text{C}}} = -1,44 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Trabajo negativo ya que se va de un punto de menor energía potencial a otro de mayor. Proceso no espontáneo.

(Oviedo. 2019-2020/Junio.4)

Un electrón se mueve con velocidad constante $v_0 = 1,41 \cdot 10^6$ m/s a lo largo del eje y. Calcule:

- El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que habría que aplicar para que el electrón describiera una trayectoria circular de diámetro 10 cm en sentido horario.
- El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el electrón.
- Calcule el radio de la trayectoria y el sentido de giro de un protón bajo la acción del mismo campo magnético.

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg**Solución:**

De acuerdo con el esquema que se muestra, si el electrón (carga negativa) está sometido a una fuerza $\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$, dirigida en el sentido positivo del eje Z, describirá una trayectoria circular en el sentido de las agujas del reloj y situada en el plano YZ, plano del papel. Para eso el campo magnético (\vec{B}) deberá de estar orientado según la dirección negativa del eje X (perpendicular al plano del papel y entrante). Su valor sería:

$$B = \frac{m v}{q r} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,41 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,050 \text{ m}} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 16 \text{ mT}$$

NOTA: Existe la posibilidad de que el giro del electrón sea en el plano XY (perpendicular al plano del papel). En este caso el campo magnético debería orientarse (carga negativa) según la dirección positiva del eje Z).

b) $F = q v B = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,41 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 3,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$

Según lo dicho en el apartado (a) la fuerza deberá de estar orientada según la dirección positiva del eje Z, luego: $\vec{F} = (3,6 \cdot 10^{-17}) \vec{k}$ (N).

c) $r = \frac{m v}{q B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,41 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ T}} = 94 \text{ m}$

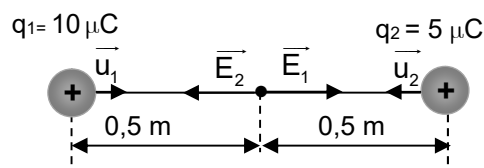
(Oviedo. 2019-2020/Julio.3)

Dos cargas puntuales positivas, $q_1 = +10 \mu\text{C}$ y $q_2 = +5 \mu\text{C}$, están situadas a una distancia mutua de 1 m. Llamemos A al punto medio situado a lo largo de la línea imaginaria que conecta las dos cargas.

- Calcule el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el punto A.
- Calcule el potencial eléctrico en el punto A.
- Si colocamos una carga puntual negativa, $q = -2 \mu\text{C}$, en el punto A, calcule el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre dicha carga.

DATO: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$ **Solución:**

a)



$$\vec{E}_1 = \left(K \frac{q_1}{r_1^2} \right) \vec{u}_1 = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0,5)^2 \text{ m}^2} \right) \vec{i} = (3,6 \cdot 10^5) \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$\vec{E}_2 = \left(K \frac{q_2}{r_2^2} \right) \vec{u}_2 = \left(9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0,5)^2 \text{ m}^2} \right) (-\vec{i}) = -(1,8 \cdot 10^5) \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$\vec{E}_{\text{Tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (3,6 \cdot 10^5 \vec{i} - 1,8 \cdot 10^5 \vec{i}) \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) = (1,8 \cdot 10^5) \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$\text{b) } V_+ = K \frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0,5 \text{ m}} = 1,8 \cdot 10^5 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_- = K \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0,5 \text{ m}} = 9 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} \right) (\text{V})$$

$$V_{\text{Tot}} = V_+ + V_- = 1,8 \cdot 10^5 (\text{V}) + 9 \cdot 10^4 (\text{V}) = 2,7 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$\text{c) } \vec{F} = q \vec{E} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} (1,8 \cdot 10^5) \vec{i} \frac{\text{N}}{\text{C}} = -0,36 \vec{i} (\text{N})$$

(Oviedo. 2019-2020/Julio.4)

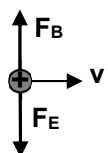
Una partícula alfa viaja en línea recta con velocidad constante y entra en una región donde existen un campo eléctrico y un campo magnético constante, mutuamente perpendiculares y a su vez perpendiculares a la trayectoria de la partícula alfa. La magnitud del campo eléctrico es de $2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ y la del campo magnético $0,5 \text{ T}$. Calcule:

- La velocidad de la partícula alfa si atraviesa dicha región sin modificar su trayectoria.
- La diferencia de potencial necesaria para acelerar la partícula alfa desde el reposo hasta esa velocidad.
- Cómo se debe modificar el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) para que un electrón acelerado con la misma diferencia de potencial atravesase la región sin modificar su trayectoria.

DATO: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Solución:

- Para que la partícula no sufra desviación la fuerza debida al campo eléctrico y al magnético han de ser iguales en módulo y dirección y sentido contrario:



$$\left. \begin{array}{l} F_E = qE \\ F_B = qvB \end{array} \right\} F_B = F_E ; \cancel{q} v B = \cancel{q} E ; v = \frac{E}{B} = \frac{2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{0,5 \text{ T}} = 4 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Para acelerar la partícula alfa (carga positiva) hay que someterla a una diferencia de potencial de forma que pierda energía potencial (al ir de potenciales más altos a más bajos). La energía potencial perdida se transformará en energía cinética:

$$\Delta E_c = \Delta E_p = q \Delta V ; \Delta V = \frac{\Delta E_c}{q} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{q} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (4 \cdot 10^5)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1660 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1660 \text{ V}$$

- Al ser sometido a la diferencia de potencial calculada el electrón adquirirá una velocidad:

$$\Delta E_c = \Delta E_p = q \Delta V ; \frac{1}{2} m v^2 = q \Delta V ; v = \sqrt{\frac{2 q \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1667 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para que electrón no sufra desviación:

$$F_B = F_E ; \cancel{q} v B = \cancel{q} E ; E = v B = 2,4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ T} = 1,2 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

La dirección del campo eléctrico aplicado ha de ser contraria a la del apartado (a), ya que el electrón tiene carga eléctrica negativa.