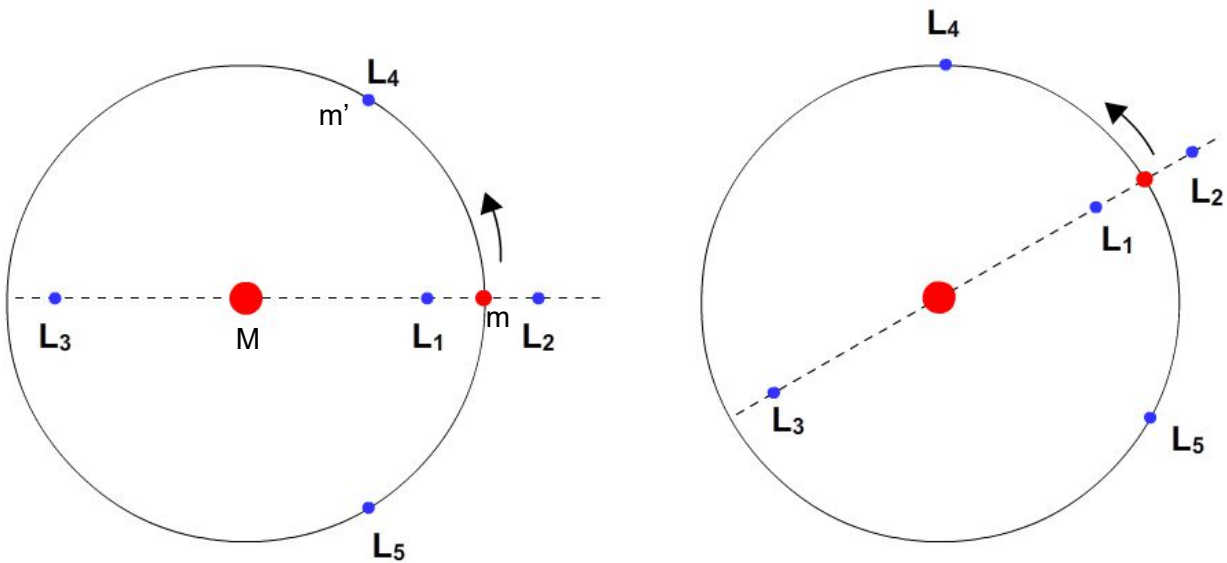


Los puntos de Lagrange (puntos de libración)

IES La Magdalena.
Avilés. Asturias

Los puntos de Lagrange (L_1 , L_2 , L_3 , L_4 y L_5) son las soluciones estacionarias al problema de los tres cuerpos que se mueven en órbitas circulares (no tiene una solución exacta, solo aproximada).

En la figura se representa un cuerpo de pequeña masa (un satélite) sometido a la acción gravitatoria de otros dos de masas respectivas m (Tierra) y M (Sol). Si este tercer cuerpo se sitúa en cualquiera de estos puntos **su posición permanece invariable respecto de los otros dos y orbita alrededor del mayor con un periodo igual al del otro cuerpo.**



Un objeto situado en los puntos de Lagrange orbita con un periodo igual al del objeto de masa intermedia y se encuentra en una posición estacionaria respecto de los otros dos cuerpos.

L_1 , L_2 y L_3 están situados en la línea que une los dos cuerpos de mayor masa. L_4 y L_5 están en el vértice de un triángulo equilátero cuya base está determinada por la posición de M y m .

Hay que tener en cuenta que, en realidad, tanto M como m orbitan alrededor del c.m. del sistema que puede que no coincida exactamente con el centro de M , aunque si M es mucho mayor que m , como en el caso del sistema Tierra-Sol, el c.m. del sistema está situado en el interior del Sol (aunque no exactamente en su centro).

Primer punto de Lagrange (L_1)

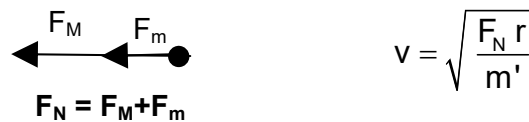
El objeto (de masa m') situado en ese punto girará con una velocidad que vendrá condicionada por el valor de la fuerza normal (F_N) que, a su vez, dependerá de la fuerza de gravitación ejercida por M (F_M) y por m (F_m):

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow F_M \quad \bullet \quad F_m \rightarrow \\
 \\
 F_N = F_M - F_m
 \end{array}
 \qquad
 v = \sqrt{\frac{F_N r}{m'}}$$

Para una determinada m' y radio (r), el valor de F_N , si solamente consideramos la acción de la masa mayor, sería más grande y, en consecuencia, orbitaría con una velocidad mayor, pero debido a la atracción de m la F_N se hace más pequeña y orbita con una velocidad inferior a la que le correspondería, e igual a la de m .

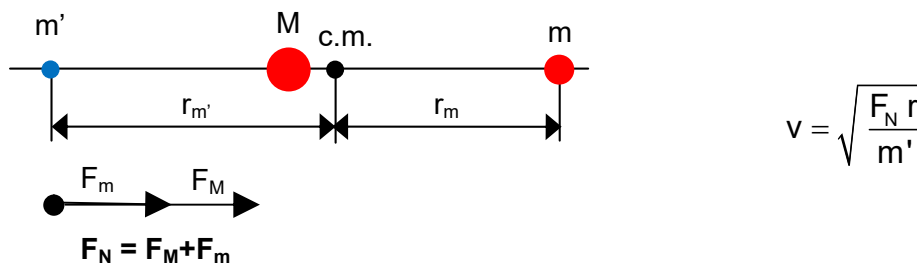
Segundo punto de Lagrange (L₂)

Siguiendo el razonamiento anterior al punto L₂ le corresponderá una velocidad orbital inferior a la de m si consideramos únicamente la fuerza de M, pero la fuerza de atracción de m se suma ahora lo que condiciona que la velocidad orbital es mayor e igual a la de m.



Tercer punto de Lagrange (L₃)

Es el punto menos intuitivo. Se puede justificar considerando que el movimiento orbital no tiene lugar alrededor de M, sino alrededor del c.m. del sistema, que está un poco desplazado hacia m. Así el radio orbital de m será un poco más corto y el de m' un poco mayor, con lo que, en principio debería de tener una velocidad orbital inferior a m, pero en este punto a la fuerza ejercida por M se le suma la ejercida por m, dando una F_N superior y la velocidad orbital aumenta y se iguala a la de m.



Nótese que un objeto situado en L₃ no podrá nunca ser visto desde el objeto de masa m. Por ejemplo, un satélite situado en ese punto sería invisible desde la Tierra. Es el punto perfecto para “esconder” algo respecto de observadores terrícolas.

Cuarto y quinto punto de Lagrange (L₄ y L₅)

Teniendo en cuenta la ecuación: $v = \sqrt{\frac{F_N r}{m'}}$

y como orbita con un radio igual a m, y m' es menor, necesitaríamos para que la velocidad fuera la misma una F_N mayor que la que se ejerce sobre m.

Si consideramos las fuerzas ejercidas por ambas masas vemos que se componen dando una resultante mayor que la fuerza proporcionada solo por M. Además la fuerza no apunta directamente a M, sino hacia el c.m. del sistema:

- ✓ L₁, L₂ y L₃ son puntos inestables y cualquier perturbación puede romper el equilibrio. Si se sitúa un satélite en estos puntos se deben de hacer pequeñas correcciones periódicas de la órbita para mantener la posición.
- ✓ L₄ y L₅ son puntos de equilibrio estable. También se llaman troyanos, ya que ahí se sitúan los asteroides (troyanos). Existen troyanos en las órbitas de Marte, Saturno y Júpiter.

