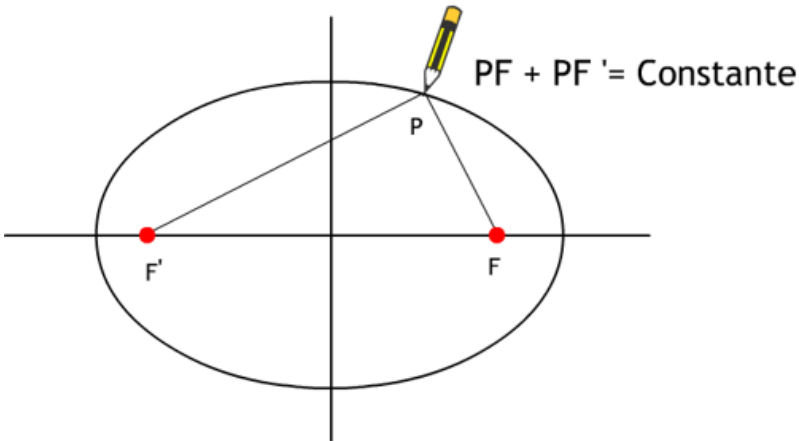




Sobre la elipse

IES La Magdalena.
Avilés. Asturias

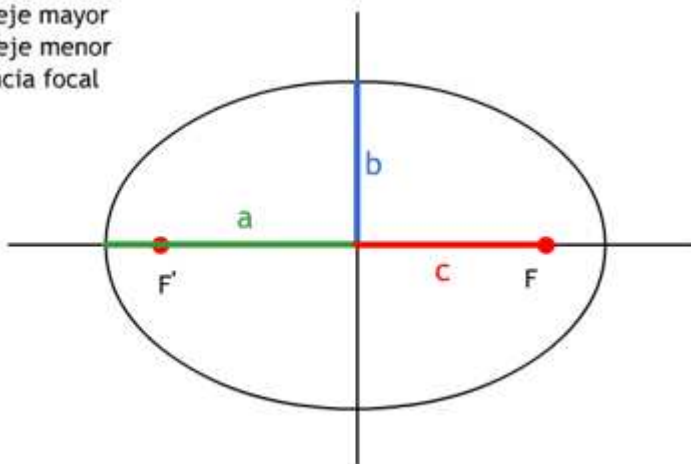
La elipse es una curva cerrada y plana en la que todos sus puntos cumplen la condición de que la suma de distancias a dos puntos (F y F') llamados focos es constante.



Uno de los métodos usados para construir una elipse se basa, precisamente, en esta definición.

Como se puede ver en la imagen si se fija un hilo a dos puntos (F' y F) y se dibuja una línea con un lápiz tal y como se indica en la figura el resultado es una elipse ya que $F'P + FP = cte$.

a = semieje mayor
b = semieje menor
c = distancia focal



Los parámetros más importantes de la elipse son:

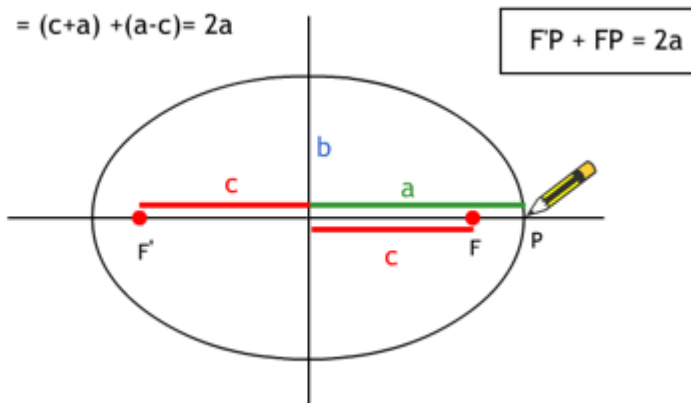
El semieje mayor, a.

El semieje menor, b.

La distancia focal, c.

El eje mayor tendrá por tanto una longitud igual a $2a$, el menor a $2b$ y la distancia entre focos será igual a $2c$

$$F'P + FP = (c+a) + (a-c) = 2a$$

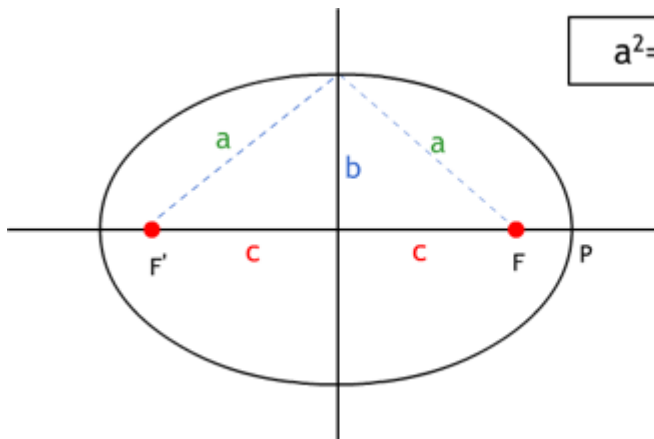


La suma de las distancias de cualquier punto de la elipse a los focos siempre vale $2a$.

Efectivamente como podemos ver en la imagen de la izquierda

$$F'P + FP = 2a$$

Esta igualdad será cierta para todos los puntos ya que por definición la suma de distancias es invariable.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Entre el semieje mayor, a, el menor, b, y la distancia focal, c, se establece la siguiente relación

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Para una longitud dada del semieje mayor, a, el que una elipse sea más o menos "achatada" (lo que se mide con el parámetro llamado "excentricidad") depende de la distancia entre los focos.

Se denomina excentricidad de la elipse a la relación entre la distancia focal y el semieje mayor:

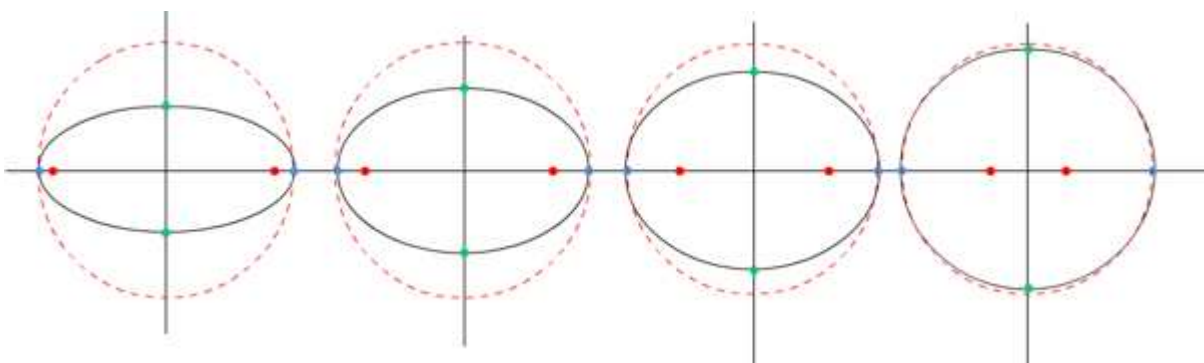
$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

Si $c = 0$, la excentricidad es nula y tenemos una circunferencia ($a = b$)
Si $c = a$, la excentricidad es la unidad y tenemos una recta

Por tanto la excentricidad de una elipse puede tomar valores comprendidos entre cero y uno.

Recordando la expresión de c en función de a y b (ver más arriba) también podemos expresar la excentricidad como:

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$



Elipses con distinta excentricidad. Todas tienen idéntico el semieje mayor. Observar que cuando la distancia entre los focos se acorta, la excentricidad de la elipse disminuye acercándose a la circunferencia (línea punteada).