Dpto. Física y Química	**Asistencia gravitatoria**	**IES La Magdalena. Avilés. Asturias**

Referencias:

Asistencia gravitatoria. El Tamiz: https://bit.ly/2LjGiLt

Gravitational Slingshot. MathPages: https://bit.ly/2MJAXlo

La asistencia gravitatoria (*"gravitational slingshot", honda gravitatoria)* es una técnica usada para propulsar sondas espaciales a altas velocidades sin gastar combustible alguno usando para ello la atracción gravitatoria de un planeta.

Aunque pueda resultar contradictorio, ***el efecto acelerador se sustenta en la naturaleza conservativa de la fuerza de gravedad combinado con el hecho de que el planeta que usamos como objeto impulsor, no está quieto, sino que se desplaza (a una considerable velocidad) alrededor del Sol, por ejemplo.***

Consideremos, para más simplicidad, la trayectoria ideal que se muestra en la figura 1, en la cual la sonda se aproxima con un ángulo nulo al planeta que consideramos estático.

Es evidente que el efecto de atracción gravitatoria del planeta ha producido una modificación en el sentido en el que se mueve la sonda, pero dado que en los dos puntos considerados la energía potencial gravitatoria ha de tener idéntico valor, lo mismo ocurrirá con la energía cinética y, en consecuencia, la sonda se alejará del planeta con la misma velocidad con la que se ha aproximado, no produciéndose, en este caso, ganancia alguna de velocidad.

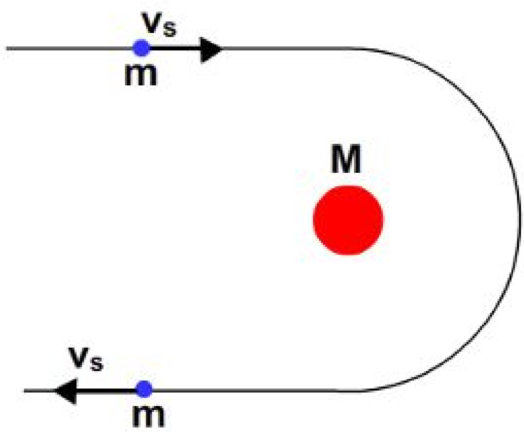


Figura 1

No obstante, la situación cambia radicalmente si en vez de considerar el planeta estático consideramos que viaja por el espacio a una determinada velocidad V_P y que la aproximación de la sonda se produce en sentido contario tal y como se indica en la figura 2.

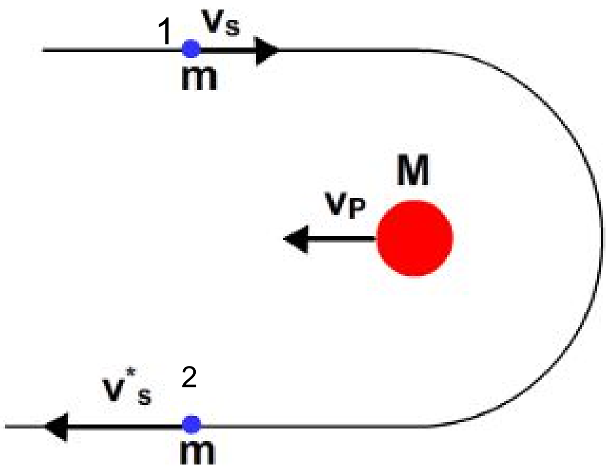


Figura 2.

Ahora en ambos puntos la energía potencial es la misma y la cinética también, ambas medidas con respecto a planeta, pero debido a que este no está quieto, la velocidad con la que se aproxima la sonda es (medida desde el planeta): $v_1 = v_s + v_p$

Cuando se aleja (punto 2) la velocidad (respecto del planeta es: $v_2 = v_s^* - v_p$

Como V_1 y V_2 han de ser idénticas para que la energía cinética también lo sea, tenemos:

$$v_s + v_p = v_s^* - v_p$$

$$\boxed{v_s^* = v_s + 2\, v_p}$$

La velocidad de la sonda en el punto 2 aumenta en 2 Vp

.

A idéntico resultado se llega considerando la conservación del momento lineal (ya que Fext= 0) y la energía cinética, lo que permite tratarlo como un "choque" frontal y elástico.

Efectivamente, se ha de cumplir:

$$m_s v_s + m_P v_P = m_s v_s^* + m_P v_P^*$$
$$m_s (v_s)^2 + m_P (v_P)^2 = m_s (v_s^*)^2 + m_P (v_P^*)^2$$

Con el fin de simplificar la resolución de la ecuación planteada se puede considerar, tal y como ya se ha dicho, que es un choque frontal, para el cual se define el coeficiente de restitución como:

$$e = \frac{v_P^* - v_s^*}{v_s - v_p}\ ;\ e = 1 \text{ para un choque elástico.}$$

Por tanto tendremos:

$$m_s v_s + m_P v_P = m_s v_s^* + m_P v_P^*$$
$$v_P^* = e\,(v_s - v_P) + v_s^*$$

Resolviendo:

$$\boxed{v_s^* = \frac{v_s(m_s - e\, m_P) + m_P\ v_P(1+e)}{m_s + m_P}}$$

y considerando que e =1 y que la masa del planeta (que ahora llamaremos M) es mucho mayor que la de la sonda:

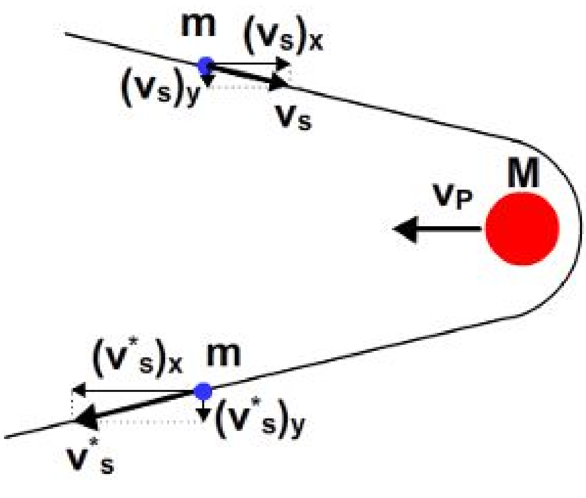
$$\boxed{v_s^* = \frac{v_s(-M) + 2\,M\,v_P}{M} = 2v_P - v_s}$$

Si consideramos ahora los signos de las velocidades para el problema que se está tratando:

$$v_s^* = 2v_P - v_s = 2(-v_P) - v_s = -\,(2v_P + v_s)$$

Lo que nos indica que tras la interacción gravitatoria con el planeta la sonda se mueve alejándose de esta (signo negativo, hacia la izquierda) con una velocidad aumentada en 2 v_P, tal y como habíamos obtenido anteriormente.

En el caso general para el cual la velocidad inicial de la sonda forma un cuerto ángulo con la trayectoria del planeta (ver figura 3)



Se llegaría a la expresión:

$$v_s^* = (v_s + 2v_P)\sqrt{1 - \frac{4v_P v_s(1-\cos\alpha)}{(v_s + 2v_P)^2}}$$

Si: $v_s = v_P\ ;\ v_s^* = v_s\sqrt{5 + 4\cos\alpha}$

$\text{Si } \alpha = 0\ ;\ v_s^* = v_s\sqrt{9} = 3v_s$

Que coincide con el resultado obtenido más arriba