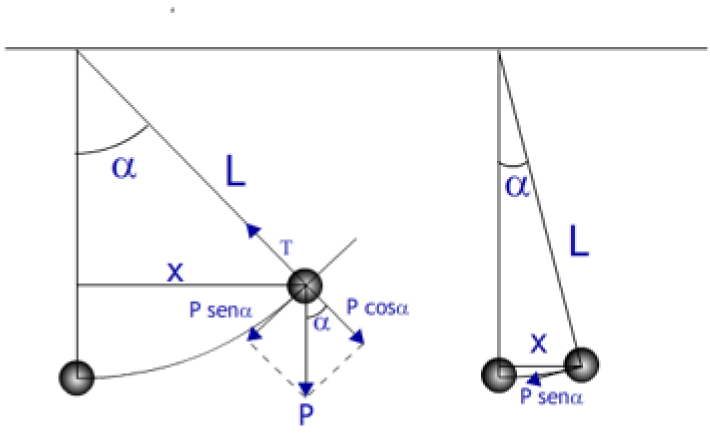
	Péndulo simple, periodo y amplitud (Ampliación)	IES La Magdalena. Avilés. Asturias

Cuando un péndulo oscila la fuerza que lo impulsa es la componente del peso según la tangente (ver fig).

Si las oscilaciones tienen mucha amplitud el péndulo describe un arco. La trayectoria está bastante alejada de la propia de un MAS (sobre la recta x). El movimiento, aunque es oscilatorio, no puede considerarse armónico simple.

Si las oscilaciones tienen poca amplitud (ver fig de la derecha) la trayectoria seguida por el péndulo se aproxima bastante a la propia de una MAS, ya que entonces arco y cuerda se confunden. Además, la fuerza puede considerarse que apunta, con poco error, en la dirección de la recta x.



Podremos poner, por tanto:

$$F_x = P \text{ sen } \alpha = -\,mg\,\frac{x}{L}$$

$$F_x = -\,mg\,\frac{x}{L} \text{ (el signo menos indica que la fuerza se opone al desplazamiento, x)}$$

Comparando con:

$$F = -\,k\,x$$

Concluimos:

$$k\,\cancel{x} = mg\,\frac{\cancel{x}}{L}\ ;\ \boxed{k = \frac{mg}{L}}$$

Para pequeñas oscilaciones un péndulo simple se comporta como un oscilador armónico de constante k = mg/L

Operando podemos obtener el periodo de oscilación con las consideraciones hechas más arriba. Es decir, lo que sigue sólo es válido para pequeñas oscilaciones:

$$k = \frac{mg}{L}\ ;\ \cancel{m}\,\omega^2 = \frac{\cancel{m}\,g}{L}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{L}\ ;\ \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

El periodo de un péndulo simple sólo depende de su longitud.

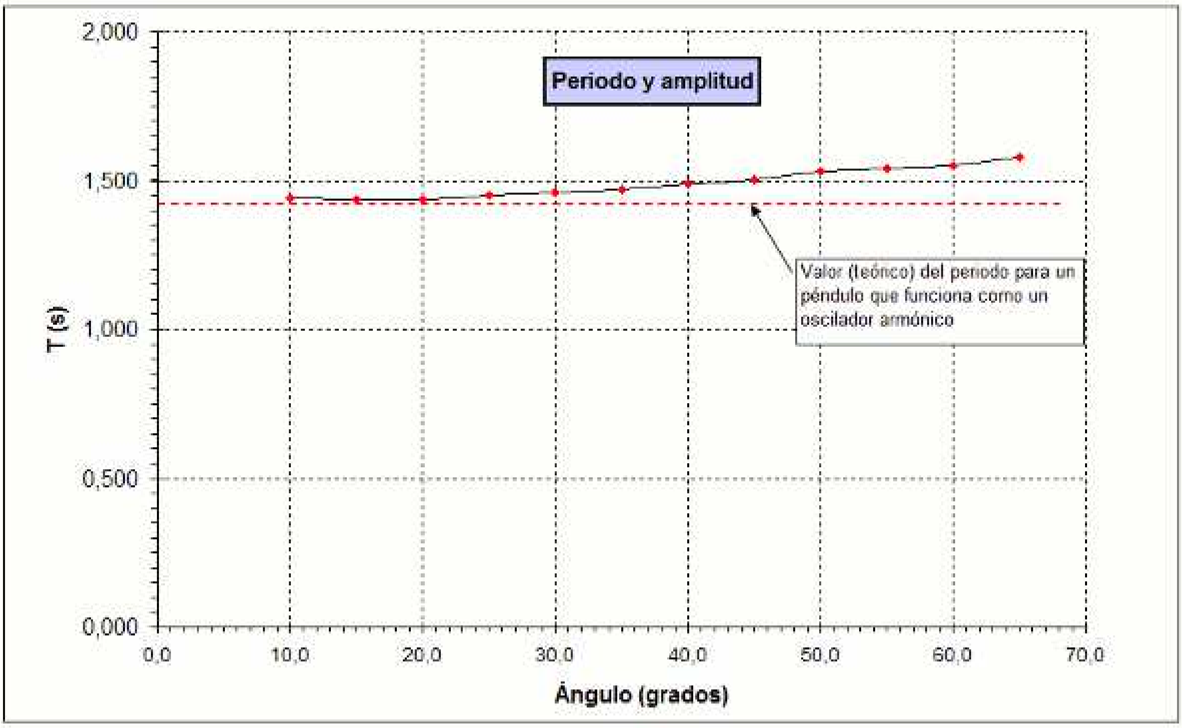
Péndulos de longitudes grandes oscilaran lentamente (periodo elevado), mientras que péndulos cortos oscilarán rápidamente (periodos cortos)

Tal y como se ha dicho la ecuación anterior, que relaciona periodo y longitud de un péndulo simple, ***sólo es valida para pequeñas oscilaciones***. Pero... ¿cuánto de pequeñas han de ser esas oscilaciones? Podemos dar respuesta a esta cuestión planteando una experiencia en la que midamos el periodo de un péndulo simple para distintas amplitudes (para más información ver en ***FisQuiWeb,*** y en la sección de Laboratorio la experiencia completa).

Se suministran a continuación los datos experimentales obtenidos:

Amplitud (grados)	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0
T (s)	1,440	1,435	1,436	1,448	1,461	1,468	1,488	1,503	1,529	1,543	1,550	1,577

La gráfica obtenida al representar periodo (T) frente a amplitud (en grados) tiene el siguiente aspecto:



La línea de puntos representa el valor del periodo calculado con la ecuación dada en la página anterior y que sería el correspondiente a un oscilador armónico. ***En este caso el valor del periodo no depende de la amplitud***. Como se observa en la gráfica esto ***es cierto para amplitudes que no excedan de 20^0- 25^0.*** A partir de ese valor la ecuación deducida no da resultados concordantes con la experiencia y el movimiento oscilatorio ya no es armónico simple.

El periodo para amplitudes grandes puede calcularse a partir de una ecuación mucho más complicada:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 \mathrm{sen}^2\,\frac{\varphi_0}{2}+\left(\frac{3}{8}\right)^2 \mathrm{sen}^4\,\frac{\varphi_0}{2}+\ldots\right)$$

Esta ecuación queda reducida a la anterior para valores bajos del ángulo (entonces prácticamente se anulan los términos que contienen el seno).

Efectivamente la nueva ecuación da buenos resultados cuando se comparan los periodos calculados con ella con los obtenidos experimentalmente. El error relativo (%) es, como máximo, del 2,35 %.

Amplitud (grados)	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0
T (s) Exp.	1,440	1,435	1,436	1,448	1,461	1,468	1,488	1,503	1,529	1,543	1,550	1,577
T (s) Cal.	1,421	1,425	1,429	1,436	1,443	1,452	1,463	1,475	1,489	1,505	1,522	1,541
Error (%)	1,327	0,702	0,432	0,880	1,245	1,114	1,746	1,877	2,668	2,525	1,875	2,355