

## ÓPTICA ÓPTICA GEOMÉTRICA (II)

IES La Magdalena.  
Avilés. Asturias

En la óptica geométrica se estudian los cambios de dirección experimentados por los rayos de luz cuando son reflejados o refractados mediante representaciones geométricas. Para trazar el camino de los rayos se tiene en cuenta lo siguiente:

- La luz cuando se propaga en un medio homogéneo lo hace en línea recta.
- Se supone que el tamaño de los obstáculos que la luz encuentra en su camino son muy grandes en comparación con su longitud de onda. Por tanto, no tienen lugar procesos de difracción.
- El trazado de los rayos se realiza siguiendo las leyes estudiadas para la reflexión y la refracción.
- Los rayos luminosos son reversibles.
- **La imagen de un punto se forma en la intersección de los rayos.** Si divergen después de la reflexión o la refracción, la imagen se forma en la intersección de su prolongación (en sentido opuesto al de propagación)

### Reflexión en espejos planos

- Los rayos que llegan a un espejo se reflejan siguiendo las leyes de la reflexión.
- Un rayo que incida perpendicularmente al espejo se refleja sobre sí mismo.
- La imagen se forma en la intersección de los rayos. Aparentemente está "en el interior del espejo", al otro lado de la superficie reflectante es derecha (no está invertida), del mismo tamaño, y a una distancia ( $s'$ ) igual a la que se sitúa el objeto del espejo ( $s$ ). **Las imágenes que se forman al prolongar los rayos se denominan virtuales**, ya que no pueden ser recogidas por una pantalla

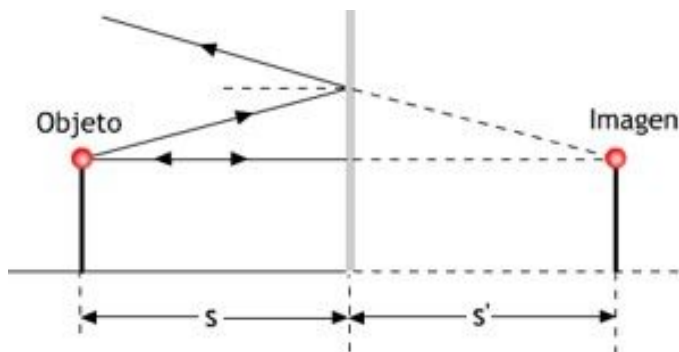
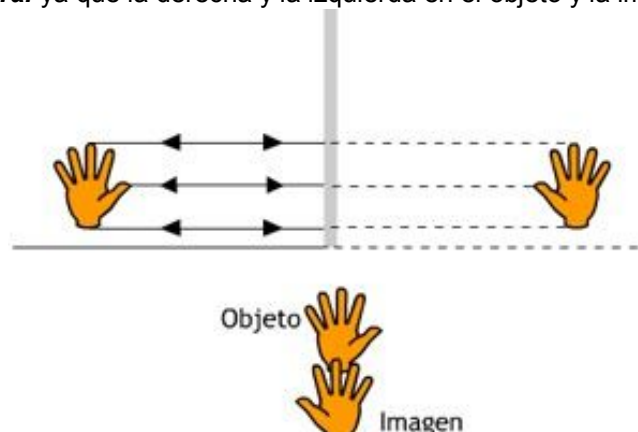


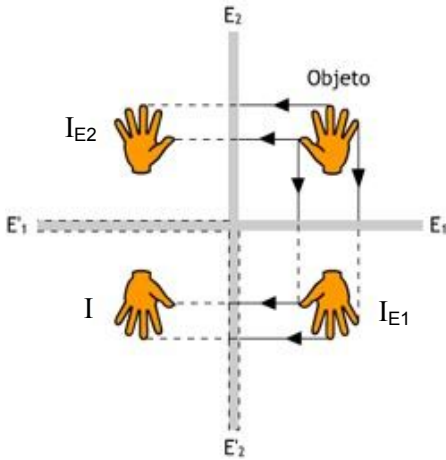
Imagen:

- Virtual
- Derecha
- Del mismo tamaño
- Distancia imagen=distancia objeto

- Las imágenes formadas por reflexión en un espejo plano presentan lo que se conoce con el nombre de **inversión lateral** ya que la derecha y la izquierda en el objeto y la imagen están invertidas.



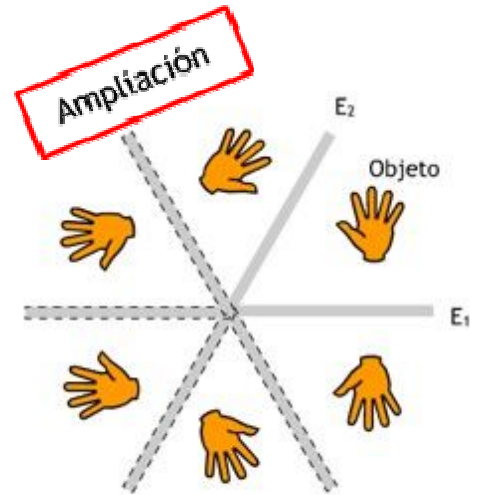
Si situamos dos espejos planos uno junto al otro, la imagen de uno se puede reflejar en el otro produciendo una repetición del objeto inicial. **El número de imágenes formadas dependerá del ángulo entre los espejos.**



En la imagen (izquierda) puede verse como dos espejos que forman un ángulo de  $90^\circ$  ( $E_1$  y  $E_2$ ) se reflejan mutuamente dando las correspondientes imágenes ( $E'_1$  y  $E'_2$ ). El objeto inicial situado entre ambos se refleja en  $E_1$  obteniéndose la correspondiente imagen  $I_{E1}$ , y en  $E_2$  obteniéndose  $I_{E2}$ . Tanto  $I_{E1}$  como  $I_{E2}$  sirven a su vez de objetos para la reflexión en los espejos  $E'_2$  y  $E'_1$  dando la imagen común  $I$ .

Como resultado de las reflexiones se **obtienen tres imágenes.**

Se muestra ahora (derecha) un esquema de la reflexión de un objeto en dos espejos que forman un ángulo de  $60^\circ$  ( $E_1$  y  $E_2$ ). Los espejos se reflejan dando imágenes



situadas en idéntica posición que los originales (ángulo de  $60^\circ$ ). De manera similar al caso anterior las imágenes formadas sirven como objeto para el siguiente espejo. **Se obtienen cinco imágenes.**

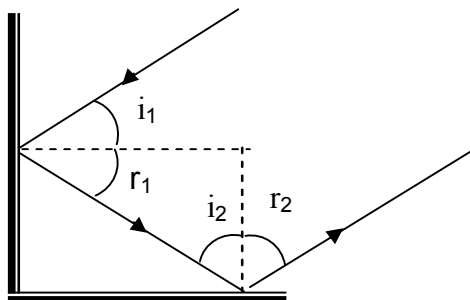
De forma general el número de imágenes formadas ( $N$ ) depende del ángulo formado por los espejos :

$$N = \frac{360}{\alpha} - 1$$

**Ejemplo 1**

Dos espejos planos están colocados perpendicularmente entre sí. Un rayo que se desplaza en un plano perpendicular a ambos es reflejado primero en uno y luego en el otro. ¿Cuál es la dirección final del rayo respecto a su dirección original?

**Solución:**



Como se puede observar en la figura el rayo se refleja en dirección paralela al incidente, aunque en sentido contrario.

El ángulo de refracción final (segunda refracción) puede calcularse fácilmente considerando el triángulo rectángulo formado por la intersección de las normales a ambas caras (líneas discontinuas):

$$r_1 + i_2 = 90^\circ$$

Como:  $i_1 = r_1$  e  $i_2 = r_2$

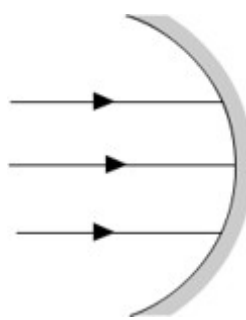
$$r_1 + r_2 = 90^\circ ; i_1 + r_2 = 90^\circ ; \boxed{r_2 = 90^\circ - i_1}$$

Por ejemplo para un ángulo de incidencia de  $30^\circ$  :  $r_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

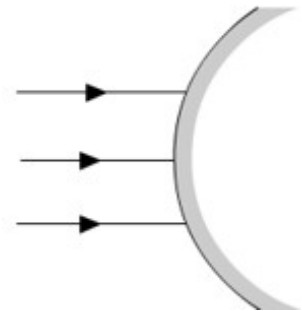
### Reflexión en espejos esféricos

Los espejos curvos, como su nombre indica, presentan cierta curvatura en la superficie reflectante. Dependiendo del tipo de curvatura tendremos espejos hiperbólicos, parabólicos, elípticos o esféricos. Aquí se considerarán únicamente estos últimos

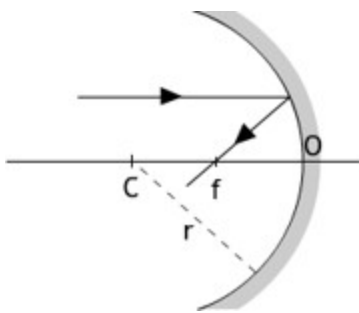
Los espejos esféricos pueden ser **cóncavos** o **convexos** (ver figura).



Espejo esférico cóncavo



Espejo esférico convexo



Los elementos básicos de un espejo esférico son (ver figura):

- **Eje del espejo** (línea central).
- **Centro óptico** (O).
- **Radio de curvatura** (r). **Centro de curvatura** (C).
- **Foco del espejo** (f) o punto en el que se reflejan los rayos que inciden paralelamente al eje del espejo. El foco del espejo se sitúa sobre el eje óptico y a una distancia del centro óptico igual a la mitad del radio.

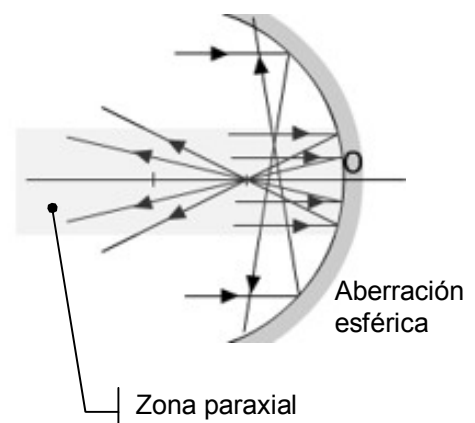
La obtención de las imágenes por reflexión en espejos esféricos se realiza teniendo en cuenta la trayectoria de algunos rayos característicos:

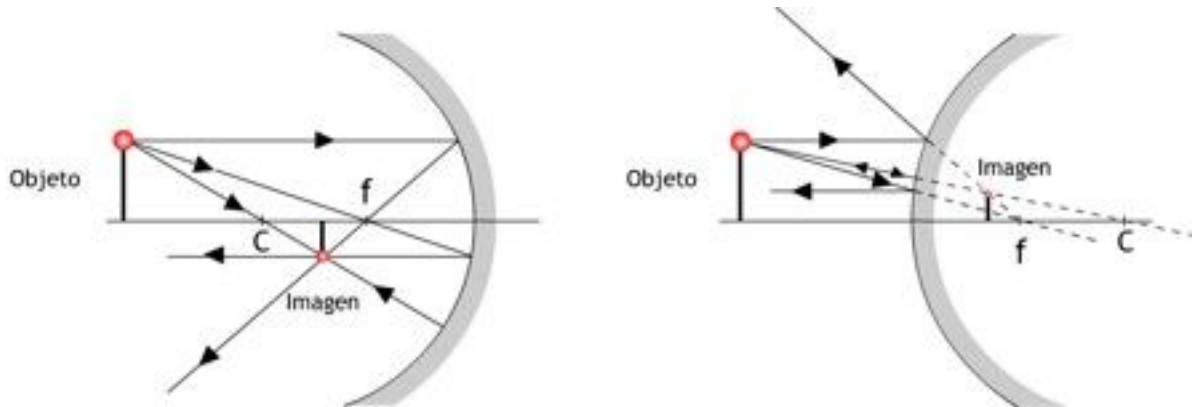
- **La imagen se formará en el punto en que se corten los rayos (imagen real) o sus prolongaciones (imagen virtual)**
- **Cualquier rayo paralelo al eje del espejo se refleja pasando por el foco (el foco es la imagen de un punto situado en el infinito).**
- Aplicando el principio de reversibilidad de los rayos podremos afirmar que **todo rayo que incida pasando por el foco se reflejará paralelamente al eje del espejo (la imagen del foco está en el infinito).**
- **Cualquier rayo que incida pasando por el centro de curvatura se refleja sobre sí mismo** (ya que incide perpendicularmente al espejo).

Lo anterior se aplica rigurosamente a rayos que incidan en el espejo en la zona próxima al eje óptico (*rayos paraxiales*). Si la zona de incidencia está alejada de la zona central del espejo los rayos que inciden paralelamente al eje óptico no se reflejan pasando exactamente por el foco. La imagen entonces no es nítida, sino algo borrosa, efecto conocido con el nombre de **aberración esférica**.

La aberración de los espejos esféricos se puede evitar diafragmando los rayos para eliminar los que inciden lejos de la zona paraxial. El problema es que haciendo esto se disminuye la luminosidad de la imagen.

Si en lugar de un espejo esférico se utiliza un espejo parabólico se evita este tipo de aberración.





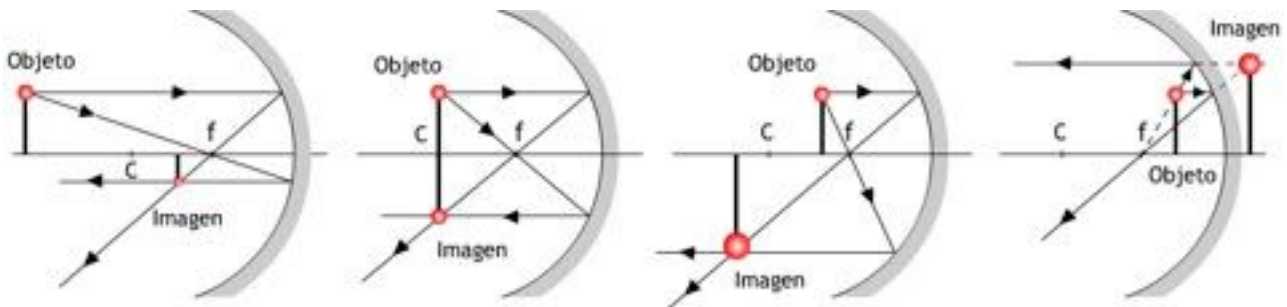
Obtención de imágenes en espejos trazando los rayos característicos.

Espejo cóncavo: **imagen real, más pequeña e invertida.**

Espejo convexo: **imagen virtual, más pequeña y derecha.**

**En los espejos cóncavos la imagen es real e invertida si el objeto se sitúa más allá del foco y virtual y derecha si el objeto se sitúa entre el foco y el espejo.**

Si el objeto se sitúa más allá del centro de curvatura, la imagen es más pequeña que el objeto. A medida que acercamos el objeto la imagen (invertida) aumenta su tamaño hasta que se hace igual al del objeto cuando éste está situado justo en el centro de curvatura. A partir de ahí la imagen (aún invertida) se hace cada vez mayor. Cuando situamos el objeto en el foco la imagen se forma en el infinito (no se observa la imagen) y cuando el objeto se sitúa entre el foco y el espejo la imagen es virtual, derecha y mayor.

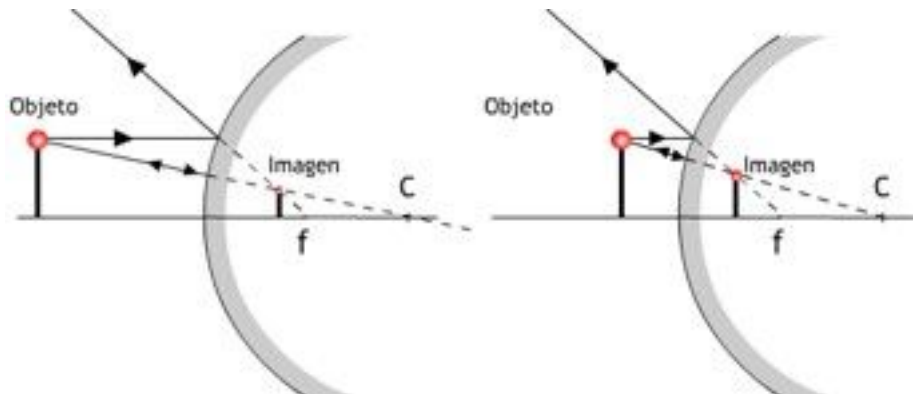


**Imágenes en un espejo cóncavo**

- Esquema 1. Objeto más lejos del centro de curvatura. Imagen real, invertida y más pequeña.
- Esquema 2. Objeto en el centro de curvatura. Imagen real, invertida y de igual tamaño.
- Esquema 3. Objeto entre el centro de curvatura y el foco. Imagen real, invertida y mayor.
- Esquema 4. Objeto entre el foco y el espejo. Imagen virtual, derecha y mayor.

**En los espejos convexos la imagen es siempre virtual, derecha y más pequeña que el objeto.**

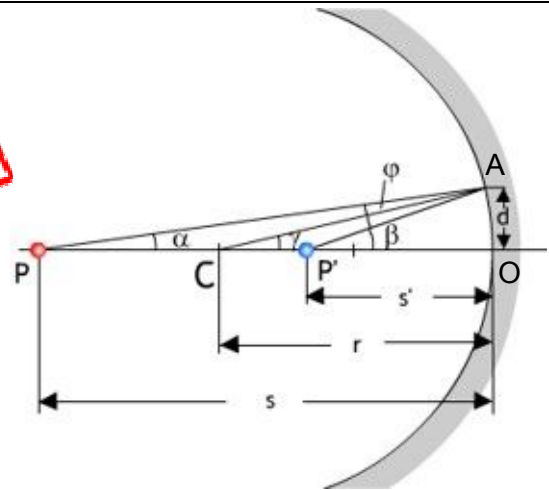
Su tamaño disminuye a medida que el objeto se aleja del espejo y aumenta si nos acercamos.



A partir de la figura que se muestra a la derecha se puede deducir una ecuación que nos permite realizar cálculos en espejos esféricos:

- P: objeto (un punto)
- P': imagen
- s : distancia objeto
- s': distancia imagen
- r: radio de curvatura

Ampliación



Para los triángulos rectángulos con vértices en P, C y P' se cumple:

$$\text{tg } \alpha = \frac{d}{s}; \text{tg } \beta = \frac{d}{s'}; \text{tg } \gamma = \frac{d}{r}$$

Si suponemos ángulos pequeños (zona paraxial) podemos suponer que la tangente es aproximadamente igual al ángulo (en radianes). Luego:

$$\alpha \approx \frac{d}{s}; \beta \approx \frac{d}{s'}; \gamma \approx \frac{d}{r}$$

En el triángulo PAP' se cumple:

$$\beta = \alpha + 2\varphi$$

En el triángulo PAC se cumple:

$$\gamma = \varphi + \alpha$$

Por tanto:

$$\alpha + \beta = 2\gamma$$



$$\frac{d}{s} + \frac{d}{s'} = \frac{2d}{r}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$$

Cuando el objeto se sitúa en el foco (s = f) la imagen estará situada en el infinito (s' = ∞). Por tanto:

$$\frac{1}{f} + 0 = \frac{2}{r}; \quad \boxed{f = \frac{r}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}}$$

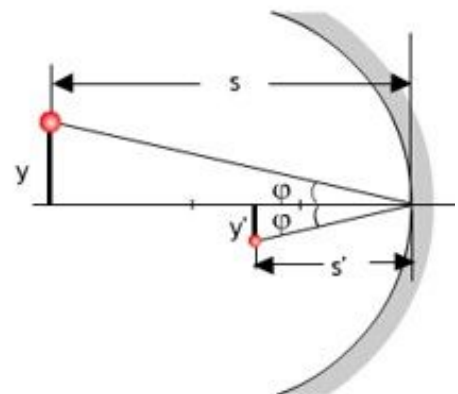
Para aplicar la fórmula es necesario utilizar un conjunto de normas:

- **En los esquemas la luz se propaga de izquierda a derecha.**
- **Los distancias tienen signo positivo si se miden hacia la derecha del centro óptico y negativo cuando se miden hacia la izquierda.**
- **Las distancia medidas en vertical (altura del objeto y de la imagen) se consideran positivas si se miden hacia arriba del eje óptico y negativas cuando se miden hacia abajo.**

El aumento lateral (m) de la imagen puede obtenerse a partir del esquema que se muestra a la derecha:

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \varphi &= \frac{y'}{s'} \\ \text{tg } (-\varphi) &= -\text{tg } \varphi = \frac{y}{s} \end{aligned} \right\} \boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}}$$

- Un aumento negativo (s y s' negativas) indica que la imagen está invertida.
- Un aumento positivo (s positiva y s'negativa) indica que la imagen está derecha.
- Si el aumento es mayor que 1, la imagen es mayor que el objeto (y' >y).
- Si el aumento es menor que 1, la imagen es menor que el objeto (y' <y).



Tanto la posición de la imagen como el aumento pueden obtenerse realizando el correspondiente dibujo a escala.

**Ejemplo 2**

Un espejo esférico, plateado por ambos lados, tiene un radio de curvatura de 8 cm. Determinar de forma gráfica y analítica la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 1,0 cm de altura situado a 10,0 , 8,0 y 2,0 cm del espejo:

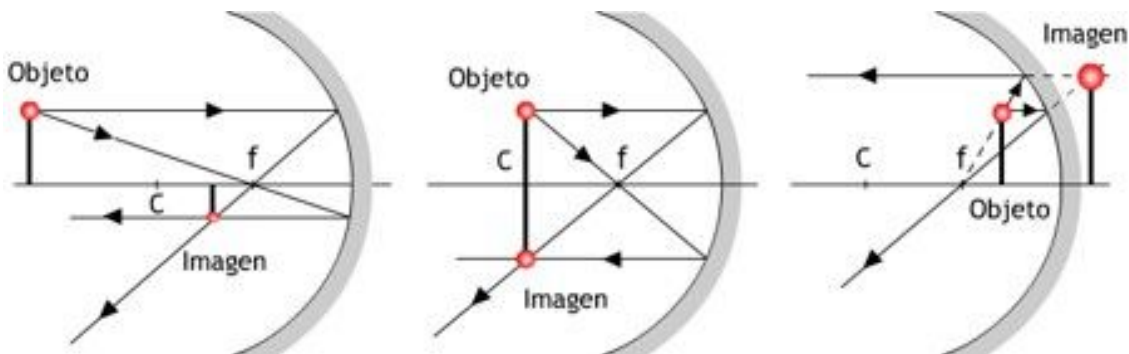
- Cuando la reflexión se produce por la parte cóncava.
- Cuando la reflexión se produce por la parte convexa.

**Solución:**

**a) Espejo cóncavo** (el dibujo no está hecho a escala)

La resolución gráfica del problema (teniendo en cuenta que el foco está a una distancia igual a la mitad del radio de curvatura) nos indica que en los dos primeros casos ( $s = 10,0$  y  $8,0$  cm) la imagen es real e invertida, más pequeña cuando el objeto se sitúa más allá del centro de curvatura y del mismo tamaño que éste cuando se sitúa justo en el centro de curvatura.

Si el objeto se sitúa entre el foco y el espejo ( $s = 3,0$  cm) la imagen será virtual, derecha y más grande que el objeto



Para la resolución analítica hacemos uso de la ecuación general para los espejos esféricos y la fórmula del aumento. Los criterios de signo son los que se recogen en la página anterior.

**Cálculo de la distancia imagen y el aumento:**

- $s = 10,0$  cm

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{(-4)} - \frac{1}{(-10)} = -\frac{6}{40} = -\frac{3}{20} \quad \boxed{s' = -\frac{20}{3} = -6,7 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(-6,7 \text{ cm})}{(-10,0 \text{ cm})} = -0,67 ; y' = m y = -0,67 \cdot 1,0 \text{ cm} = -0,67 \text{ cm}$$

**Imagen situada a la izquierda ( $s'$  negativa), real, invertida ( $y'$  negativa) y más pequeña.**

- $s = 8,0$  cm

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{(-4)} - \frac{1}{(-8)} = -\frac{4}{32} = -8 \quad \boxed{s' = -8,0 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(-8,0 \text{ cm})}{(-8,0 \text{ cm})} = -1,0 ; y' = m y = -1,0 \cdot 1,0 \text{ cm} = -1,0 \text{ cm}$$

**Imagen situada en el centro de curvatura ( $s'$  negativa), real, invertida ( $y'$  negativa) e igual.**

- $s = 2,0$  cm

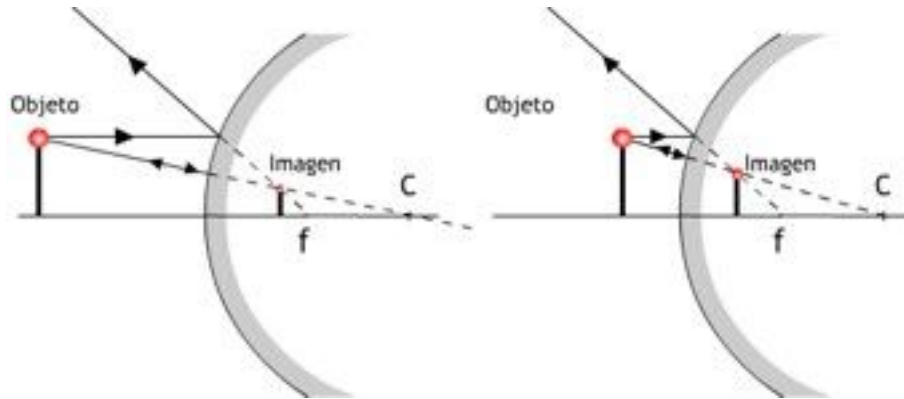
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{(-4)} - \frac{1}{(-2)} = \frac{1}{4} = \boxed{s' = 4,0 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(4,0 \text{ cm})}{(-2,0 \text{ cm})} = 2,0 ; y' = m y = 2,0 \cdot 1,0 \text{ cm} = 2,0 \text{ cm}$$

**Imagen situada a la derecha ( $s'$  positiva), virtual, derecha ( $y'$  positiva) y mayor.**

**b) Espejo cóncavo** (el dibujo no está a escala)

La resolución gráfica nos indica ahora que la imagen es siempre virtual, derecha y más pequeña y su tamaño crece a medida que nos aproximamos al espejo.



**Cálculo de la distancia imagen y el aumento:**

- $s = 10,0 \text{ cm}$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(-10)} \quad \boxed{s' = 2,9 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(2,9 \text{ cm})}{(-10,0 \text{ cm})} = 0,29 ; y' = m y = 0,29 \cdot 1,0 \text{ cm} = 0,29 \text{ cm}$$

**Imagen situada a la derecha ( $s'$  positiva), virtual, derecha ( $y'$  positiva) y más pequeña.**

- $s = 8,0 \text{ cm}$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(-8)} \quad \boxed{s' = 2,7 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(2,7 \text{ cm})}{(-8,0 \text{ cm})} = 0,34 ; y' = m y = 0,34 \cdot 1,0 \text{ cm} = 0,34 \text{ cm}$$

**Imagen situada a la derecha ( $s'$  positiva), virtual, derecha ( $y'$  positiva) y más pequeña.**

- $s = 2,0 \text{ cm}$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(-2)} \quad \boxed{s' = 0,75 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(0,75 \text{ cm})}{(-2,0 \text{ cm})} = 0,38 ; y' = m y = 0,38 \cdot 1,0 \text{ cm} = 0,38 \text{ cm}$$

**Imagen situada a la derecha ( $s'$  positiva), virtual, derecha ( $y'$  positiva) y más pequeña.**

### Ejemplo 3 (Oviedo 2008 - 2009)

Se utiliza un pequeño espejo cóncavo de 50 cm de distancia focal para ampliar las imágenes de nuestra cara. Determine la posición (respecto del centro del espejo) y tamaño de la imagen de nuestra boca de 5,0 cm cuando la situamos a una distancia de 25 cm del centro del espejo (suponga que la boca está centrada respecto del espejo)

**Solución:**

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} ; \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{(-50)} - \frac{1}{(-25)} = \frac{1}{50} \quad \boxed{s' = 50,0 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{50}{(-25)} = 2 ; \boxed{y' = m y = 2 \cdot 5,0 \text{ cm} = 10,0 \text{ cm}}$$

**La imagen será virtual ( $s'$  positiva), derecha ( $y'$  positiva) y de tamaño doble que el objeto.**