	Ondas estacionarias en una cuerda sujeta por ambos extremos **Ampliación**	**IES La Magdalena. Avilés. Asturias**

Cuando se estudian las ondas estacionarias en una cuerda (no flexible) sujeta por ambos extremos debemos de tener en cuenta tres ecuaciones fundamentales:

- La que da la velocidad de propagación para cualquier onda:

$$\boxed{v = \lambda\, f}$$

- La que nos da la velocidad de propagación de una onda en una cuerda tensa (depende de la tensión y de la densidad lineal: kg/m):

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

- La que impone las condiciones de contorno para que pueda existir la onda. Esto es, que exista un nodo en cada extremo:

$$\boxed{L = n\,\frac{\lambda}{2}}$$

Combinando las tres obtenemos la ecuación que ha de satisfacerse para que exista onda en la cuerda:

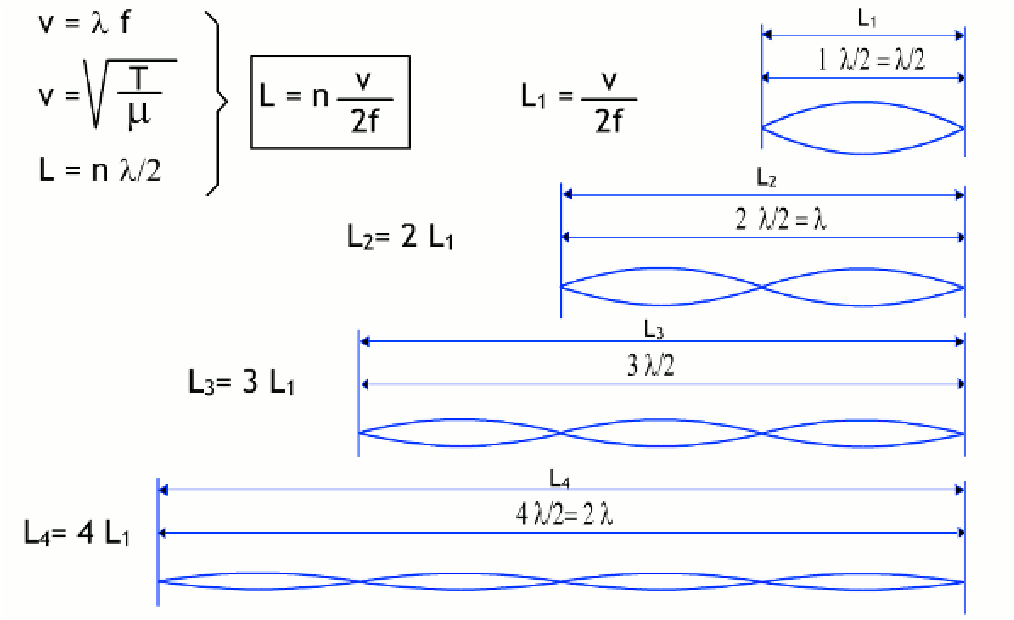
$$\boxed{L = n\,\frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2\,f}} \qquad (1)$$

Hay, por tanto, cuatro parámetros que podemos manejar a la hora de plantearnos la producción de ondas estacionarias en una cuerda: L, T, μ y f.

---

1. ***Mantenemos fija la cuerda (μ), su tensión (T) y la frecuencia (f), haciendo oscilar la cuerda con la frecuencia propia de un oscilador externo.***

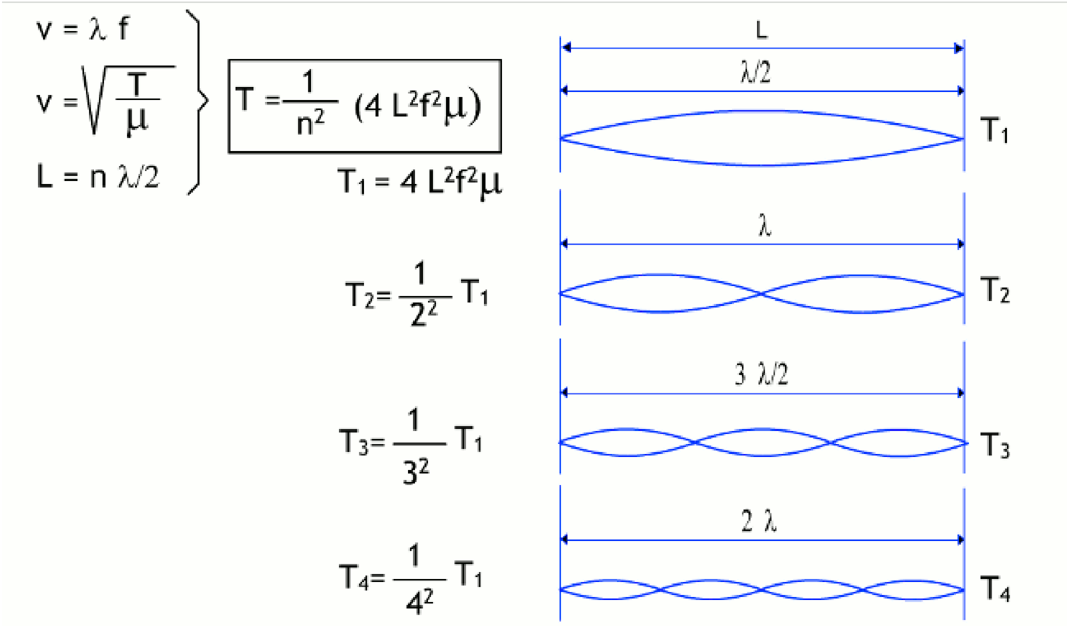
   En este caso para que se satisfaga la ecuación (1) ***deberemos variar la longitud de la cuerda***. Con n =1 obtendremos el primer modo de vibración, primer armónico o modo fundamental. Para n = 2 obtenemos el segundo modo de vibración o segundo armónico; para n = 3 el tercer modo de vibración o tercer armónico... etc



En este caso ***todos los armónicos tienen la misma longitud de onda.***

2. ***Mantenemos fija la cuerda (μ), su longitud (L) y la frecuencia (f), haciendo oscilar la cuerda con la frecuencia propia de un oscilador externo.***

En este caso para que se satisfaga la ecuación (1) ***deberemos variar la tensión de la cuerda***. Con n =1 obtendremos el primer modo de vibración, primer armónico o modo fundamental. Para n = 2 obtenemos el segundo modo de vibración o segundo armónico; para n = 3 el tercer modo de vibración o tercer armónico... etc.



Como se puede observar en el esquema hay que disminuir la tensión (de arriba a abajo) para que aparezcan los correspondientes armónicos.

Al variar la tensión variará la velocidad de la onda y, al mantener constante la frecuencia de oscilación, ***variará la longitud de onda de la onda estacionaria.*** A menor tensión, menor velocidad de propagación y, como la frecuencia se mantiene constante, disminuirá la longitud de onda. Esto es lo que se aprecia en el esquema anterior al ir de arriba (mayor tensión, mayor velocidad, mayor longitud de onda) a abajo((menor tensión, menor velocidad, menor longitud de onda).

3. ***Mantenemos fija la tensión de la cuerda (T), su longitud (L) y la frecuencia (f), haciendo oscilar la cuerda con la frecuencia propia de un oscilador externo.***

En este caso para que se satisfaga la ecuación (1) ***deberemos variar la propia cuerda*** de tal forma que su densidad lineal satisfaga la ecuación:

$$\boxed{\mu = n^2 \frac{T}{4\,L^2 f^2}}$$

Con n =1 obtendremos el primer modo de vibración, primer armónico o modo fundamental. Para n = 2 obtenemos el segundo modo de vibración o segundo armónico; para n = 3 el tercer modo de vibración o tercer armónico... etc.

Para comprobar esto experimentalmente lo más operativo es usar diversas cuerdas, determinar su densidad lineal de masa y comprobar que se cumple la ecuación (1) variando la longitud en cada caso.

Al variar las cuerdas variará la velocidad de propagación de la onda:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

En cuerdas más ligeras (menor densidad lineal) la velocidad de propagación será mayor y en cuerdas más pesadas (mayor densidad lineal) la velocidad de propagación será menor. Si mantenemos constante la frecuencia de oscilación (mediante un oscilador externo) comprobaremos que la longitud de onda es mayor para cuerdas más ligeras y más grande para cuerdas más pesadas.

Los instrumentos de cuerda: violoncello, violín, guitarra... etc. Tienen cuerdas de distintos grosores (distinta densidad lineal) y todas tienen idéntica longitud. Si proporcionamos a dos de ellas idéntica tensión, la frecuencia del primer armónico será mayor (sonido más agudo) para la más ligera:

$$\boxed{f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

Combinando tensión y densidad lineal es posible "afinar" las cuerdas del instrumento para que cada una de ellas emita la frecuencia deseada.

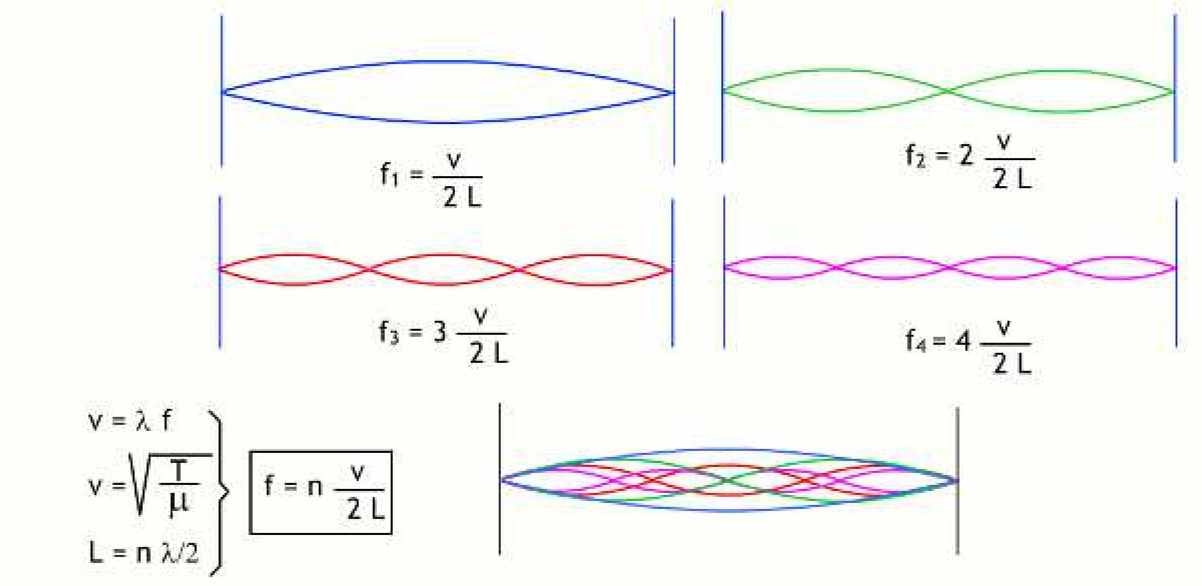
Para un violoncello, si empezamos por la cuerda más gruesa y terminamos por la más fina, las frecuencias son:

66 Hz (Do_2), 99 Hz (Sol_2), 148,5 Hz (Re_3) y 220 Hz (La_3) [(1)]

4. ***Mantenemos fija la cuerda (μ), la tensión (T) y su longitud (L).*** Si pulsamos s***e pueden generar varias frecuencias simultáneamente***, correspondientes a n=1, n=2, n=3... etc.

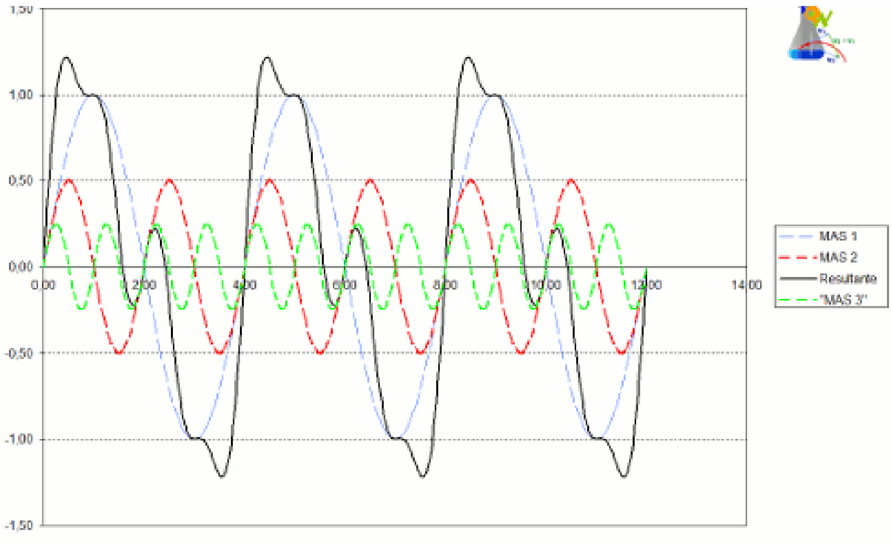
$$\boxed{f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = n\,\frac{v}{2L}}$$

Es decir, además del tono fundamental (o primer armónico) se generan otros armónicos con frecuencias doble, triple... etc del fundamental. Los armónicos generados, y su amplitud, dependen de varios factores tales como la constitución de las cuerdas, el material de que está hecho el instrumento, su geometría... etc.



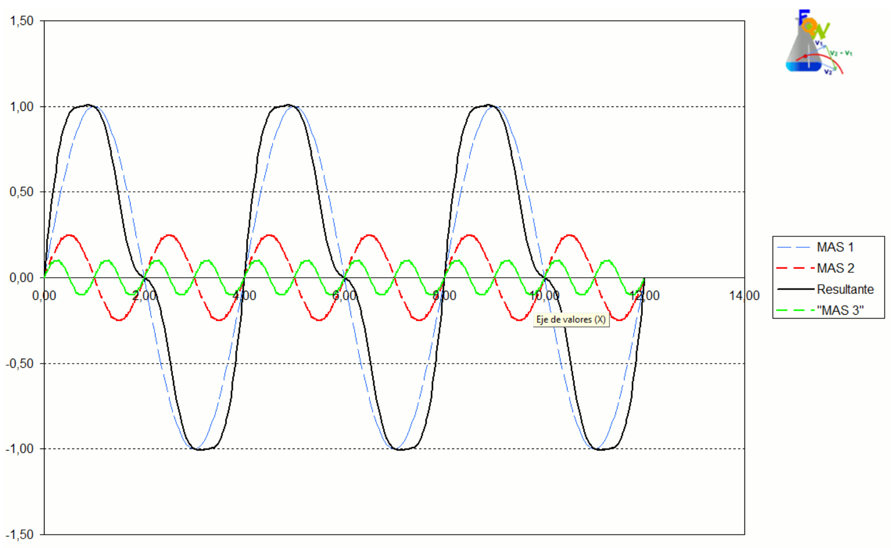
La combinación de armónicos permite distinguir entre un mismo sonido producido por instrumentos diferentes, dándoles su ***timbre*** característico.

(1) La_4 tiene una frecuencia de 440 Hz. Es el sonido usado como referencia para la afinación de los instrumentos. El La una octava más bajo tiene 220 Hz (La_3), dos octava más bajo 110 Hz (La_2) y tres octava más bajo 55 Hz (La_1). Con las demás notas se procede de forma análoga.



Combinación de tres MAS (resultante en negro) con las siguientes características:

T1 = 4,0 s A1 = 1,00 m
T2 = 2,0 s A1 = 0,50 m
T3 = 1,0 s A1 = 0,25 m

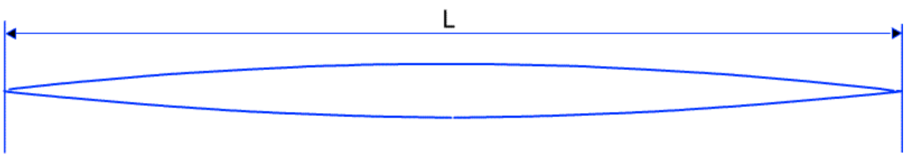


Combinación de tres MAS (resultante en negro) con las siguientes características:

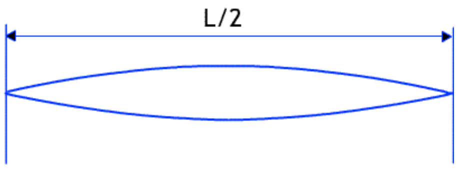
T1 = 4,0 s A1 = 1,00 m
T2 = 2,0 s A1 = 0,30 m
T3 = 1,0 s A1 = 0,15 m

Si tomamos una cuerda y, pulsándola (como se hace en los instrumentos de cuerda), acortamos su longitud a la mitad, un cuarto... etc, la frecuencia del sonido fundamental aumenta al doble, al cuádruple, etc., produciendo sonidos el doble y el cuádruple de agudos que el fundamental (una octava, o dos, más altos que el fundamental).

$$\boxed{f_1 = \frac{v}{2\,L}}$$



$f_2 = 2\ f_1$



$f_3 = 4\ f_1$