

El problema de la desintegración de los muones

IES La Magdalena.
Avilés. Asturias

Los rayos cósmicos (de alta energía ⁽¹⁾) están formados, fundamentalmente, por protones (98%), partículas alfa y electrones, y alcanzan la atmósfera con energías muy elevadas (del orden de 10^{20} eV⁽²⁾). Proviene del espacio exterior y su origen no está muy claro (explosiones de supernovas, materia acelerada por los campos magnéticos de agujeros negros...).

Cuando los rayos cósmicos alcanzan la troposfera se producen interacciones con las moléculas de los gases que forman el aire y se producen reacciones en cascada que dan lugar a partículas secundarias que pueden alcanzar la superficie terrestre. De estas las más numerosas son los muones o "electrones pesados".

Un muón tiene una vida media de $2,2 \cdot 10^{-6}$ s ($2,2 \mu\text{s}$) y se forman a unos 10 000 m sobre la superficie del planeta. Un muón típico se mueve a una velocidad de $0,998 c$.

Si consideramos estos datos veremos que a esa velocidad recorrería, antes de desintegrarse:

$$e = v \cdot t = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 599 \text{ m}$$

Si esto fuera así, e hiciéramos cálculos clásicos, el número de muones que llegaría a la superficie terrestre sería muy pequeño, pues tardarían en llegar:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{10\,000 \text{ m}}{0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,34 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 33,4 \mu\text{s}$$

Si suponemos que a 10 000 m se producen en un tiempo determinado cien millones de muones (10^8), al cabo de 32 microsegundos, llegarían a la superficie de la Tierra:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^8 e^{-\frac{33,4}{2,2}} = 25,5 \text{ muones}$$

Donde N : número de muones que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t .

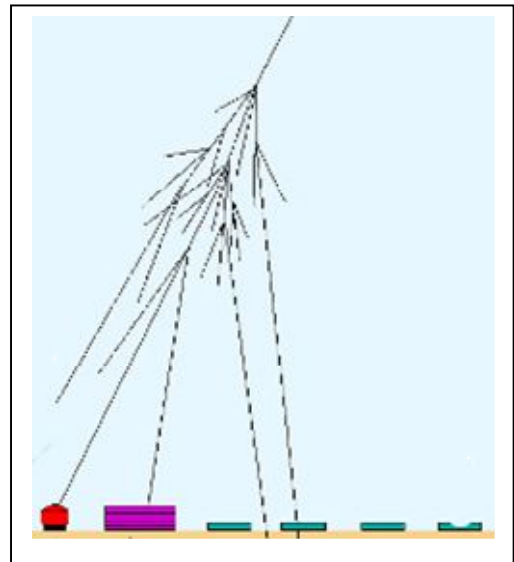
N_0 : número de muones iniciales.

t : tiempo transcurrido.

τ : vida media.

Sin embargo las mediciones realizadas a ras de tierra arrojan resultados del orden de 10^6 veces superiores a lo calculado. ¿Cómo explicarlo?

La respuesta está en que estamos realizando cálculos clásicos (por ejemplo suponemos que el tiempo es igual para un observador situado en la superficie terrestre y para un muón que viaja a velocidades próximas a las de la luz), cuando deberíamos aplicar la TER.



Producción de partículas secundarias por la interacción de los rayos cósmicos con el aire. En el suelo se han representados diversos detectores.

(Fuente: CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=44271>)

⁽¹⁾ Existen también rayos cósmicos de baja energía procedentes del Sol.

⁽²⁾ En la actualidad los aceleradores más potentes (LHC) son capaces de comunicar energías del orden de los TeV (10^{12} eV), lo que implica que la energía de las partículas provenientes de los rayos cósmicos son del orden de cien millones de veces superiores.

Según la TER el tiempo no transcurre igual para un observador que mide el suceso (la desintegración de un muón) desde la superficie terrestre (respecto de la cual un muón se mueve a una velocidad igual a 0,998 c) que para un observador respecto del cual el muón está en reposo. Si tenemos esto en cuenta, y considerando que la vida media (2,2 μs) es el tiempo que mide alguien que observa el muón en reposo (tiempo propio), el tiempo (impropio) que mediría alguien que observa este suceso en movimiento sería:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,998)^2 c^2}{c^2}}} 2,2 \mu\text{s} = 15,82 \cdot 2,2 \mu\text{s} = 34,8 \mu\text{s}$$

En ese tiempo el muón recorrerá, antes de desintegrarse:

$$e = v \cdot t = 0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 34,8 \cdot 10^{-6} \text{s} = 10\,419 \text{ m}$$

El número de muones que llegará a la superficie terrestre será entonces:

t = Tiempo que tardan en llegar a la superficie terrestre: 33,4 μs

τ = Vida media del muón (medida por el observador en reposo, tiempo impropio): 34,8 μs

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^8 e^{-\frac{33,4}{34,8}} = 3,8 \cdot 10^7 \text{ muones}$$

Introduciendo consideraciones relativistas (el tiempo medido por dos observadores que se mueven uno respecto del otro, no es el mismo) obtenemos un resultado en consonancia con los resultados experimentales.

Si analizamos ahora cómo suceden las cosas para un observador situado sobre el muón (y por tanto en reposo respecto de él), veremos que para este la vida media del muón es 2,2 μs (tiempo propio), pero para él la distancia a la que se encuentra de la superficie de la Tierra (distancia impropia) cuando se crea el muón a partir de los rayos cósmicos (10 000 m según el observador terrestre) es tan solo de unos 600 m:

$$\Delta L_0 = \gamma \Delta L ; \Delta L = \frac{\Delta L_0}{\gamma} = \frac{10\,000 \text{ m}}{15,82} = 632 \text{ m}$$

Para recorrer ese espacio el muón necesitará:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{632 \text{ m}}{0,998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2,11 \mu\text{s}$$

Por tanto el número de muones detectados será:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^8 e^{-\frac{2,1}{2,2}} = 3,8 \cdot 10^7 \text{ muones}$$

que es un resultado idéntico al obtenido más arriba.