	INTERACCIÓN GRAVITATORIA **LEYES DE KEPLER**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

Tras un concienzudo análisis de miles de datos recopilados por el astrónomo Tycho Brahe para la órbita de Marte, Kepler enunció las leyes del movimiento planetario.

Leyes de Kepler

- **Primera Ley de Kepler (1609. Astronomía Nova)**

  "Los planetas describen órbitas elípticas, estando el sol en uno de sus focos."

- **Segunda Ley de Kepler (1609. Astronomía Nova)**

  "El vector de posición de cualquier planeta con respecto del Sol (vector que tiene el origen en el Sol y su extremo en el planeta considerado) barre áreas iguales en tiempos iguales."

  En la figura (si se supone que t es el mismo): $A_1 = A_2$

  De forma general: $\frac{A_1}{t} = \frac{A_2}{t}$

  El cociente $v_A = \frac{A}{t}$ mide la rapidez con que el radio vector barre el área A y se conoce como ***velocidad areolar.***

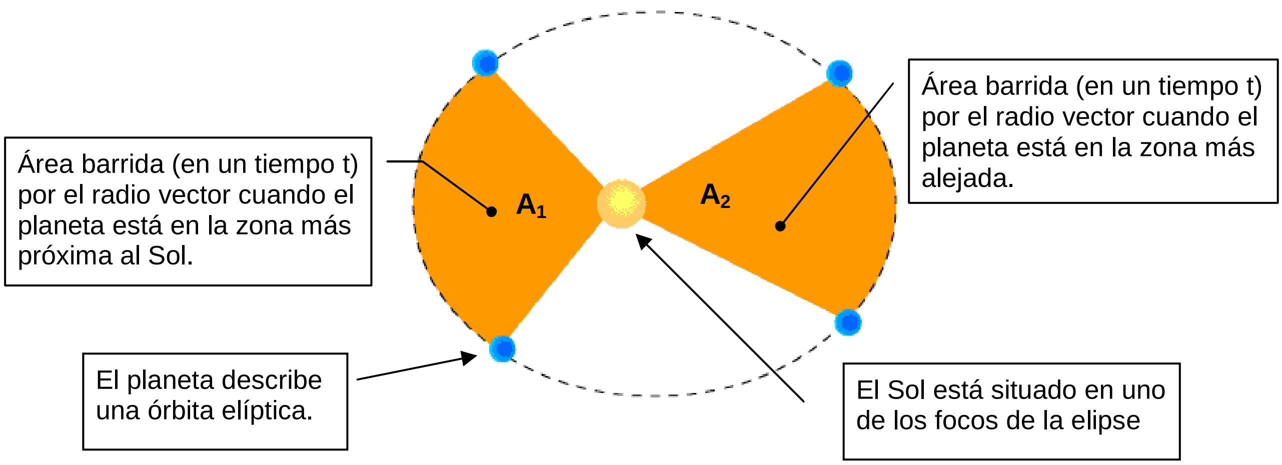
- **Tercera Ley de Kepler (1619. Harmonicis Mundi)**

  "Los cuadrados de los periodos de revolución (T) son proporcionales a los cubos de las distancias promedio de los planetas al sol (r)."

  $$T^2 = k\,r^3$$

  Donde ***k*** es una constante de proporcionalidad (constante de Kepler) que depende de la masa del astro central. Para el Sistema Solar $k = 3.10^{-19}\ s^2/m^3$

  r coincide con el valor del ***semieje mayor*** para órbitas elípticas.



Las leyes de Kepler son fenomenológicas. Es decir, se limitan a describir de manera cinemática cómo se mueven los planetas en sus órbitas alrededor del Sol, ***pero nada dicen acerca de las causas que provocan ese movimiento.***

Aunque las leyes fueron enunciadas inicialmente para el Sistema Solar son aplicables a cualquier objeto celeste que orbite alrededor de otro astro central.

Para comprender las verdaderas causas del movimiento planetario habría que esperar a que Newton, en 1687, enunciara la Ley de Gravitación Universal. Las leyes de Kepler surgen entonces como consecuencias de la naturaleza de la fuerza gravitatoria.

¿Cuánto de elíptica?

Aunque estrictamente la órbita descrita por la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es una elipse, realmente se aproxima mucho a un círculo.

La excentricidad de la elipse para la órbita terrestre tiene un valor e = 0,017. Una excentricidad cero corresponde a un círculo. Cuanto más se aleje de cero más aplanada será la elipse. El valor máximo, 1, se correspondería con una recta.

La distancia de la Tierra al Sol en el punto más próximo (perihelio) es de 147 055 091 km.

La distancia de la Tierra al Sol en el punto más alejado (afelio) es de 152 141 431 km.

Aunque la diferencia (unos 5 000 000 km) puede parecer considerable, en realidad se corresponde con un escaso 3 % de diferencia entre ambos valores.

La órbita de Marte tiene una excentricidad considerable. Debido a esa acusada excentricidad fue al intentar resolver su órbita donde surgieron las mayores diferencias respecto de la órbita circular.

Planeta	Excentricidad	Comparación
Mercurio	0,206	12,12
Venus	0,007	0,41
Tierra	0,017	1,00
Marte	0,093	5,47
Júpiter	0,048	2,82
Saturno	0,054	3,18
Urano	0,047	2,76
Neptuno	0,009	0,53

Se denomina excentricidad de la elipse a la relación entre la distancia focal, c, y el semieje mayor, a:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{c}{a}}$$

- ***Si c = 0, la excentricidad es nula y tenemos una circunferencia.***
- ***Si c = a, la excentricidad es la unidad y tenemos una recta.***

Recordando la expresión de c en función de a y b también podemos expresar la excentricidad como:

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

Ejemplo 1

La Tierra orbita alrededor del Sol con un periodo de 365,25 días. Calcular la distancia media entre la Tierra y el Sol.

DATOS: La constante de Kepler para el Sistema Solar vale: $k = 3.10^{-19}\ s^2/m^3$

Solución:

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\, r^3$ y despejamos la incógnita (r):

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{\left(3{,}16.10^7\right)^2 \cancel{s^2}}{3.10^{-19}\ \frac{\cancel{s^2}}{m^3}}} = 1{,}49.10^{11}\,m = 1{,}49.10^{8}\,km = 149.10^{6}\,km$$

NOTA: La distancia media entre el Sol y la Tierra es de unos 150 millones de km (149 597 870 km) y es usada en astronomía como medida de distancia. Se le da el nombre de ***unidad astronómica (ua).***

En la tabla de la derecha se comparan las distancias de los planetas al Sol (en ua) medidas por Copérnico y las actuales.

(Fuente : Wikipedia)

Planeta	Copérnico (ua)	Actual (ua)
Mercurio	0,386	0,387
Venus	0,719	0,723
Marte	1,520	1,524
Júpiter	5,219	5,203
Saturno	9,174	9,555

Ejemplo 2

Marte se encuentra situado a una distancia media del Sol de 1,52 ua. ¿Cuál es el periodo orbital de Marte alrededor del Sol?

DATOS: 1 ua= 150 .10^6 km; : k = 3.10^{-19} s^2/m^3

Solución:

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\, r^3$ y despejamos la incógnita (T):

$$T=\sqrt{k\,r^3}=\sqrt{3.10^{-19}\,\frac{s^2}{\cancel{m^3}}\,\left(2{,}28.10^{11}\right)^3\,\cancel{m^3}}=5{,}96.10^7\,s=690{,}2\text{ dias}$$

NOTA: El periodo orbital para Marte ("año marciano") es de 686,98 días.

Ejemplo 3

Europa, una de las lunas de Júpiter, está situada a una distancia media de 6,71 10^3 km del planeta y tiene un periodo orbital de 3,5541 días.

a) ¿Cuál es el valor de la constante de Kepler para el sistema formado por Júpiter y sus lunas?
b) Apoyándote en el dato anterior calcula la distancia media a la que orbita Ganímedes, otra luna de Júpiter, sabiendo que su periodo de revolución es de 7,1664 días.

Solución:

Apoyándonos en la tercera ley de Kepler y usando los datos de Europa obtenemos:

$$T^2 = k_J\, r^3$$

$$k_J=\frac{T^2}{r^3}=\frac{(3{,}07.10^5)^2\ s^2}{(6{,}71.10^6)^3\ m^3}=3{,}12.10^{-10}\,\frac{s^2}{m^3}$$

Volvemos ahora a utilizar la tercera ley de Kepler para obtener el dato solicitado para Ganímedes. Como constante usaremos ahora la calculada para el sistema formado por Júpiter y sus satélites:

$$T^2 = k_J\, r^3$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{T^2}{k_J}}=\sqrt[3]{\frac{(6{,}1918.10^5)^2\ \cancel{s^2}}{3{,}12.10^{-10}\,\frac{\cancel{s^2}}{m^3}}}=1{,}07.10^7\,m$$

Ejemplo 4

Si la excentricidad de la órbita terrestre vale 0,017 y la longotud del semieje mayor es 149 598 261 km, ¿Cuál es el valor del semieje menor y la distancia focal de la órbita terrestre?

Solución:

Para calcular el valor del semieje menor y la distancia focal hacemos uso de la expresión de la excentricidad de una elipse:

$$\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$$

$$c=\varepsilon\, a=0{,}017.\,149\ 598\ 261\ \text{ km}=2\ 543\ 170\text{ km}$$

$$\varepsilon=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}\ ;\ \varepsilon^2=1-\frac{b^2}{a^2}\ ;\ \frac{b^2}{a^2}=1-\varepsilon^2$$

$$b=a\,\sqrt{(1-\varepsilon^2)}=149\ 598\ 261\ \text{ km}\ \sqrt{(1-0{,}017^2)}=149\ 576\ 643\text{ km}$$

La diferencia entre el semieje mayor y el menor de la órbita terrestre es, por tanto, de 21 618 km. El semieje menor es un 0,01445% más corto que el mayor, lo que vuelve a confirmar lo próxima que está la órbita terrestre a un círculo.