	INTERACCIÓN GRAVITATORIA **CAMPO GRAVITATORIO**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

La Ley de Gravitación Universal presentaba una importante laguna, y es no que no da una explicación de la forma en la que las masas ejercen su mutua influencia, ya que interactúan sin existir contacto físico entre ellas, mediante lo que Newton calificó como *"acción a distancia"* idea que, incluso a él, no le resultaba apropiada:

> *"Es inconcebible que la materia bruta e inanimada pueda, sin mediación de algo más que sea material, operar en otra materia y afectarla sin que se produzca un contacto mutuo. La gravedad tiene que provocarla un agente que actúe de manera constante según ciertas leyes"*

El posterior desenvolvimiento de la Física mostró que la acción a distancia llevaba a serias contradicciones. Para resolverlas se estableció ***el concepto de campo.***

Imaginemos una zona del espacio en la que no exista ninguna masa. Si introducimos una pequeña masa puntual m (*masa de prueba*) no se detectará acción alguna sobre ella.

Si ahora colocamos una masa M, su presencia ***modificará las propiedades del espacio circundante*** y si volvemos a introducir la masa de prueba, ésta acusará la existencia de una acción (fuerza) sobre ella que tiende a aproximarla a la masa M.

Se dice que la masa M crea un campo gravitatorio a su alrededor que actúa sobre la masa de prueba. De esta manera la acción deja de ejercerse a distancia siendo el campo el responsable de la acción ejercida sobre la masa de prueba.

El campo juega el papel de mediador en la interacción gravitatoria que Newton reclamaba.

El campo es una entidad física medible, y se define la intensidad del campo gravitatorio en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de masa colocada en ese punto:

Fuerza

$$\boxed{\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}}$$

Intensidad del campo gravitatorio

Masa de prueba

La intensidad del campo gravitatorio en un punto (o simplemente campo gravitatorio) es un vector que tiene la misma dirección y sentido que la fuerza de atracción gravitatoria entre las masas y tiene dimensiones de aceleración.

$$\left[g\right] = \frac{\left[M\,L\,T^{-2}\right]}{\left[M\right]} = \left[L\,T^{-2}\right]$$

Unidades S.I: N/kg = m/s^2

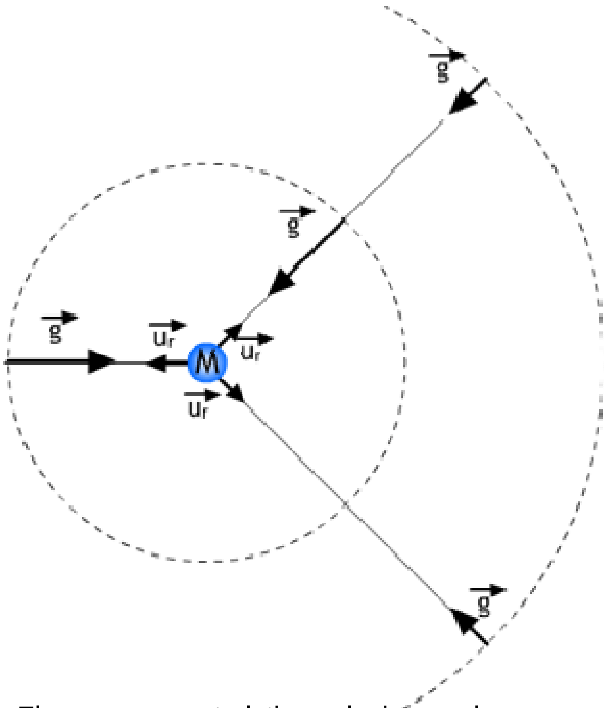
Teniendo en cuenta la expresión de la fuerza de atracción gravitatoria podemos obtener la intensidad del campo gravitatorio en un punto en función de la masa, M, que crea el campo y la distancia:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\,\frac{m\,M}{r^2}\,\vec{u}_r}{m} = -G\,\frac{M}{r^2}\,\vec{u}_r$$

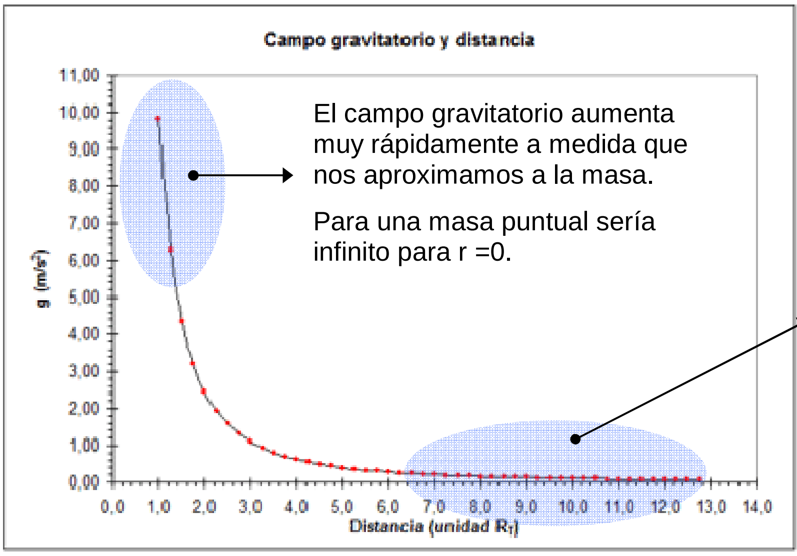
$$\boxed{\vec{g} = -G\,\frac{M}{r^2}\,\vec{u}_r}$$

El vector unitario $\boldsymbol{u_r}$ se define, tal y como se hizo a la hora de definir la fuerza de atracción gravitatoria (ver tema correspondiente).

- Como se puede observar la intensidad de campo, así definida, ***establece un vector*** (y sólo uno) para cada uno de los puntos del espacio. El campo gravitatorio es un ***campo vectorial***
- El valor del campo gravitatorio (módulo) en un punto ***es independiente de la masa de prueba*** y depende sólo de la masa que crea el campo y la distancia a la que esté el punto considerado.
- Todos los puntos que estén a una misma distancia de la masa central ***tendrán un mismo valor*** para la intensidad de campo.
- ***La distancia se toma siempre desde el centro de la masa***. Esto es, se considera la totalidad de la masa situada en su centro (masa puntual)
- La intensidad del campo gravitatorio ***decrece rápidamente con la distancia,*** ya que es ***inversamente proporcional a su cuadrado.***
- El signo menos de la ecuación de definición garantiza que ***el campo es central*** (dirigido siempre hacia la masa que crea el campo)

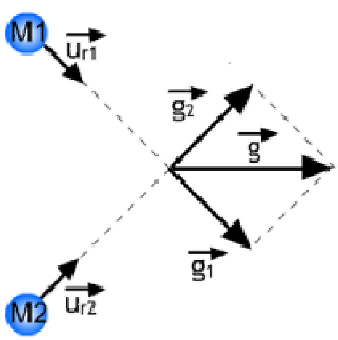


El campo es central, tiene el mismo valor para puntos situados a igual distancia y disminuye rápidamente al alejarse de la masa.



El campo gravitatorio disminuye muy rápidamente a medida que nos alejamos de la masa.

Será nulo a distancia infinita.



Si en las proximidades de un punto se localiza más de una masa, el campo gravitatorio en el punto considerado es el resultado de sumar (vectorialmente) cada uno de los campos individuales creados por las masas (Principio de Superposición).

Ejemplo 1

Calcular el valor del campo gravitatorio en un punto situado en la superficie de la Tierra y para un punto situado al doble y al cuádruple de esa distancia.

DATOS: M_{Tierra}: 5,97 10^{24} kg ; R_{Tierra}= 6,37 10 ^{6} m

Solución

$$g_{(R_T)} = G\ \frac{M}{R_T^2} = 6{,}67\ 10^{-11}\ \frac{m^{\cancel{3}}}{\cancel{kg}\ s^2}\ \frac{5{,}97\ 10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}67\ 10^{6})^2\ \cancel{m^2}} = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$$

$$g_{(2R_T)} = G\ \frac{M}{(2\ R_T)^2} = \frac{1}{4}\left(G\ \frac{M}{R_T^2}\right) = \frac{1}{4}\ 9{,}81\frac{m}{s^2} = 2{,}45\ \frac{m}{s^2}$$

$$g_{(4R_T)} = G\ \frac{M}{(4\ R_T)^2} = \frac{1}{16}\left(G\ \frac{M}{R_T^2}\right) = \frac{1}{16}\ 9{,}81\frac{m}{s^2} = 0{,}61\ \frac{m}{s^2}$$

Como se puede ver el valor del campo gravitatorio en la superficie de la Tierra coincide con el valor de la aceleración con la que caen los cuerpos (aceleración de la gravedad).

Si la distancia aumenta el doble el campo gravitatorio queda dividido por cuatro, y si aumenta el cuádruple el campo gravitatorio queda dividido por dieciséis.

Ejemplo 2

Calcular el campo gravitatorio creado en un punto del espacio a 2 000 km de la Luna y a 10 000 km de la Tierra cuando ambas se encuentran en cuadratura (formando un ángulo de 90^0, ver esquema)

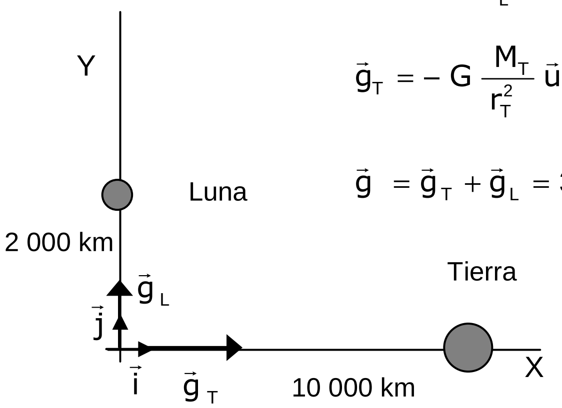
DATOS: M_{Tierra}: 5,97 10^{24} kg M_{Luna} = 7,35 10^{22} kg

Solución

$$\vec{g}_L = -G\ \frac{M_L}{r_L^2}\ \vec{u}_{rL} = -6{,}67\ 10-11\frac{m^{\cancel{3}}}{\cancel{kg}\ s^2}\ \frac{7{,}35\ 10^{22}\ \cancel{kg}}{\left(2\ 10^{6}\right)^2\ \cancel{m^2}}(-\vec{j}) = 1{,}23\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\vec{g}_T = -G\ \frac{M_T}{r_T^2}\ \vec{u}_{rT} = -6{,}67\ 10-11\frac{m^{\cancel{3}}}{\cancel{kg}\ s^2}\ \frac{5{,}97\ 10^{24}\ \cancel{kg}}{\left(10^{7}\right)^2\ \cancel{m^2}}(-\vec{i}) = 3{,}98\vec{i}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

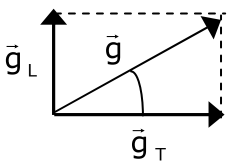
$$\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L = 3{,}98\vec{i} + 1{,}23\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$$



El módulo valdrá:

$$\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L = 3{,}98\vec{i} + 1{,}23\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$g = \sqrt{\left(3{,}98^2 + 1{,}23^2\right)\left(\frac{m}{s^2}\right)^2} = 4{,}17\ \frac{m}{s^2}$$



Ángulo con el eje X:

$$tg\ \alpha = \frac{g_L}{g_T} = \frac{1{,}23}{3{,}98} = 0{,}3090 \quad ; \quad \alpha = 17{,}2^0$$

Campo gravitatorio y acción sobre las masas

Es conveniente diferenciar claramente entre campo y acción (fuerza) ejercida sobre las masas situadas en su seno.

El campo es algo que sólo depende de la masa que lo crea. Si ahora introducimos una masa en el campo, éste ejerce una acción sobre ella (fuerza). La fuerza ejercida por el campo sobre la masa se puede calcular fácilmente si se conoce el valor del campo:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{g}}$$

Ejemplo 3

Calcular el campo gravitatorio creado en un punto situado a 2 000 km de una masa de 3,50 10^{23} kg. Calcular a continuación la fuerza de atracción sobre una masa de 100 kg y otra de 1 000 kg situadas en ese punto.

Solución

$$g = G\,\frac{M}{r^2} = 6,67\;10^{-11}\,\frac{m^{\cancel{3}}}{\cancel{kg}\;s^2}\,\frac{3,50\;10^{23}\;\cancel{kg}}{(2\;10^6)^2\;\cancel{m^2}} = 5,84\,\frac{m}{s^2}$$

$$F_{(100)} = m\;g = 100\;kg\;\;5,84\,\frac{m}{s^2} = 584\;N$$

$$F_{(1000)} = m\;g = 1\,000\;kg\;\;5,84\,\frac{m}{s^2} = 5\;840\;N$$

El campo gravitatorio tienen un valor único para ese punto, sin embargo la fuerza sobre las masas introducidas en el campo depende del valor de dichas masas.

La fuerza actuante sobre una masa situada en un campo gravitatorio, como es lógico, no es otra que la fuerza de atracción gravitatoria, ya que:

$$\vec{F} = m\,\vec{g} = m\left(-\,G\,\frac{M}{r^2}\,\vec{u}_r\right) = -\,G\,\frac{m\,M}{r^2}\,\vec{u}_r$$

A su vez el valor del campo gravitatorio en la superficie e la Tierra, tal y como ya se ha comentado, no es otra cosa que lo que se conoce como "aceleración de la gravedad" (g = 9,81 m/s^2).

La identidad entre el campo gravitatorio y la aceleración con que los cuerpos caen llevó a Albert Einstein a enunciar el ***Principio de Equivalencia*** entre campos gravitatorios y sistemas sometidos a un movimiento uniformemente acelerado (ver el ejemplo del ascensor en apuntes dedicados a sistemas no inerciales), lo que constituyó la base para el desarrollo de la Teoría de la Relatividad General.

Potencial gravitatorio

La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. En consecuencia, a toda masa situada en su seno se le puede asignar una energía potencial. Basándonos en este hecho se puede definir una nueva magnitud (característica de los campos conservativos) denominada ***potencial gravitatorio, V:***

Potencial gravitatorio

$$V = \frac{E_P}{m}$$

Energía potencial

Masa colocada en el campo

El potencial gravitatorio se define, por tanto, como la energía potencial por unidad de masa colocada en el campo

El potencial gravitatorio es un número (escalar) que se puede asignar a cada uno de los puntos del campo, siendo su valor:

$$V = \frac{E_P}{m} = \frac{-G\,\frac{m\,M}{r}}{m} = -G\,\frac{M}{r}$$

$$\boxed{V = -G\,\frac{M}{r}}$$

Si existe mas de una masa el potencial gravitatorio en un punto es la suma de los potenciales debidos a cada una de las masas (Principio de Superposición):

$$V_{TOT} = V_1 + V_2 + V_3 \ldots$$

Como se puede ver el valor del potencial gravitatorio sólo depende de la masa que crea el campo y de la distancia al punto considerado y es siempre negativo, ya que su valor cero (al igual que el de la energía potencial) se sitúa a una distancia infinita del centro de la masa que crea el campo.

Dimensionalmente:

$$\left[V\right] = \frac{\left[M\,L^2\ T^{-2}\right]}{\left[M\right]} = \left[L^2\ T^{-2}\right]$$

Unidades S.I: J/kg = m^2/s^2

Al igual que sucedía en el caso del campo gravitatorio es importante distinguir entre el potencial gravitatorio (V) y la energía potencial de una masa colocada en su seno. Ésta depende del valor de la masa y se puede obtener fácilmente si se conoce el valor del potencial gravitatorio:

$$\boxed{Ep = m\,V}$$

Como se deduce de la ecuación que permite calcular el potencial gravitatorio en un punto, todos los puntos situados a una misma distancia (r) de la masa que crea el campo tendrán idéntico potencial. Si se unen con una línea todos estos puntos obtendremos circunferencias centradas en la masa que cumplen la condición de que ***todos sus puntos se encuentran al mismo potencia***l. Por esta razón reciben el nombre de ***líneas (o superficies, en tres dimensiones) equipotenciales.***

De todo lo dicho se deduce que el trabajo realizado por la fuerza del campo (gravedad) para llevar una masa ***m*** desde un punto ***1*** hasta otro ***2*** se puede calcular (fuerza conservativa) por diferencia entre las respectivas energías potenciales:

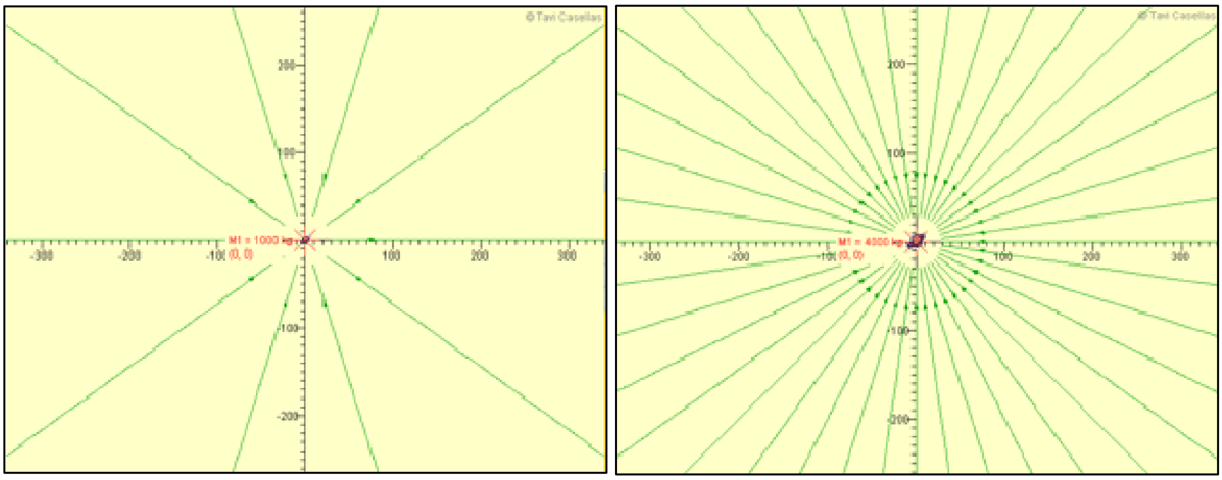
$$W_{cons} = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = m\ V_1 - m\ V_2 = m\,(V_1 - V_2)$$

Si nos movemos a lo largo de una línea equipotencial (V_2=V_1) el trabajo realizado será nulo. La fuerza de gravedad no realiza trabajo alguno, o lo que es equivalente, no se requiere aporte alguno de energía para trasladar una masa a lo largo de una línea equipotencial, de lo que se deduce que ***la fuerza gravitatoria debe de ser perpendicular a la línea equipotencial.***

Campo gravitatorio, líneas de fuerza y superficies equipotenciales

Con el fin de visualizar el campo se recurre a dibujar las llamadas **"líneas de campo o líneas de fuerza"** que cumplen la condición de que ***el vector campo es siempre tangente*** en cualquiera de sus puntos y se trazan de modo que ***su densidad sea proporcional a la intensidad del campo***.

- Para una única masa las líneas de campo son radiales y siempre convergen hacia la masa. Se dice que las masas constituyen "sumideros de campo".
- Las líneas de fuerza representan las trayectorias que seguiría una masa situada en el campo

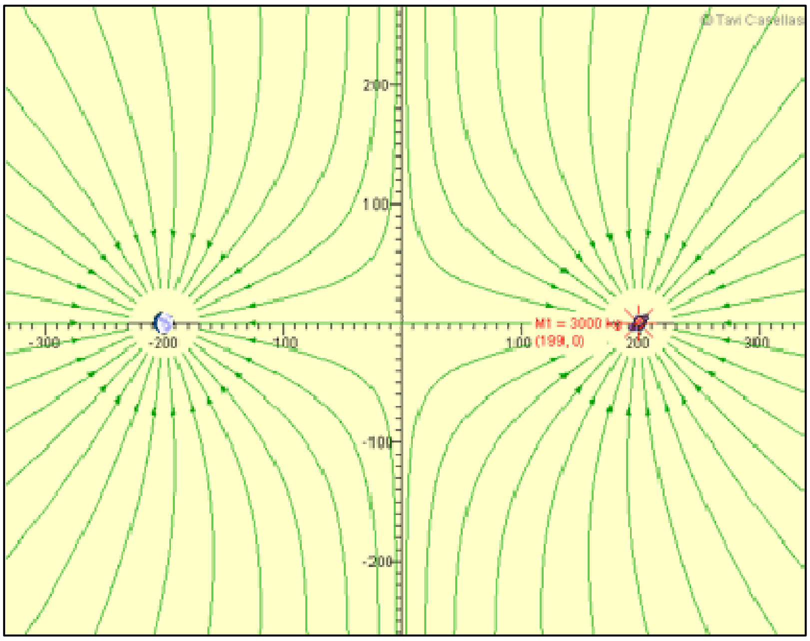


Izquierda: líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por un objeto de 1 000 kg.
Derecha: líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por un objeto de 4 000 kg

En ambos casos las líneas de campo son radiales y entran hacia la masa. La mayor densidad de líneas en el segundo caso (líneas mucho más juntas) representan un campo gravitatorio más intenso

Captura de pantalla de ***FisLab.net.*** Autor: **Tavi Casellas**
(http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/gravita/appletsol2.htm)

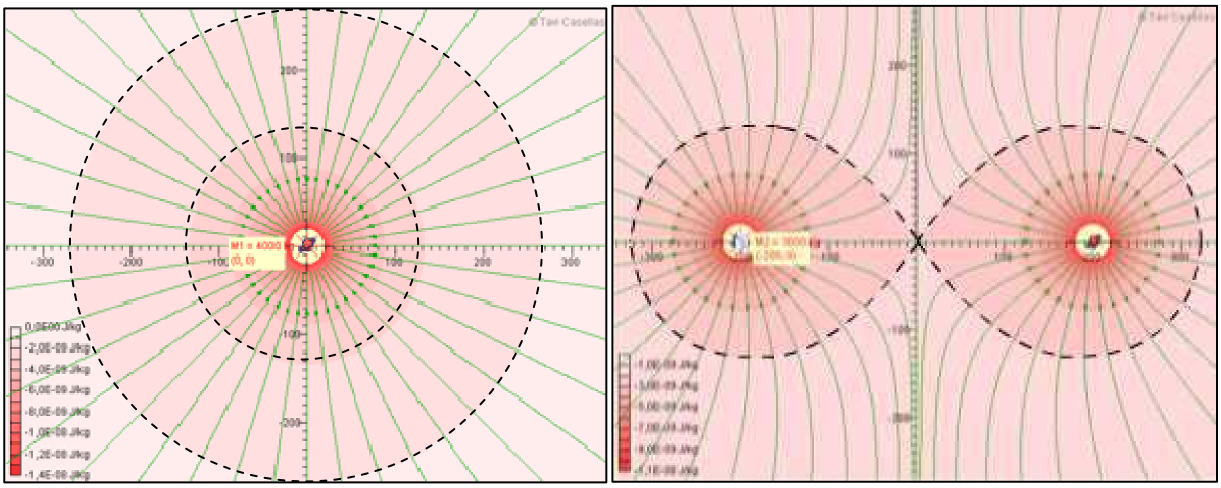
- Si hay más de una masa el campo se distorsiona debido a la superposición de ambos campos (en cada punto el campo resultante es la suma vectorial de los campos debidos a cada una de las masas). En la captura de pantalla se muestra el campo resultante para dos masas iguales (3 000 kg)



Captura de pantalla de FisLab.net. Autor: **Tavi Casellas**
http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/gravita/appletsol2.htm

La líneas (o superficies) equipotenciales, tal y como se ha dicho, son siempre perpendiculares al vector campo y cuando una masa se desplaza a lo largo de ellas la fuerza de gravedad no realiza trabajo alguno o, lo que es equivalente, no se requiere aporte alguno de energía para trasladar la masa.

Para una masa única las líneas equipotenciales son circunferencias centradas en la masa.



Izquierda: líneas equipotenciales (de puntos) del campo gravitatorio de una sola masa.
Derecha: línea equipotencial (de puntos) del campo gravitatorio creado por dos masas iguales

Captura de pantalla (modificada) de ***FisLab.net.*** Autor: **Tavi Casellas**
(http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/gravita/appletsol2.htm)

De todo lo dicho también se puede establecer una relación entre el valor del campo gravitatorio en un punto y el potencial. Para una masa puntual:

$$\left.\begin{aligned} g &= G\frac{M}{r^2} \\ V &= -G\frac{M}{r} \end{aligned}\right\} \boxed{g = -\frac{V}{r}}$$

Ejemplo 4 (Oviedo, 2009-10)

Una masa puntual, m, genera un campo gravitatorio. En un punto el potencial vale V (referido a valor nulo en el infinito) y la intensidad del campo es 1,6 m/s$^{2.}$ Ahora tomamos un punto en el que el potencial vale V_2= 2V ¿Cuánto vale la nueva intensidad del campo gravitatorio?

Solución

Teniendo en cuenta el valor del potencial (ver más arriba), podemos decir que si el potencial en el punto 2 es doble que en el punto inicial es porque está situado a una distancia mitad de la masa que crea el campo:

$$V_1 = -G\frac{M}{r_1} = V$$

$$V_2 = -G\frac{M}{r_2} = 2V_1 = -2G\frac{M}{r_1} \Rightarrow r_1 = 2r_2$$

Si $r_1 = 2\ r_2$ el campo en el segundo punto será cuatro veces superior, ya que el campo varía con el cuadrado de la distancia:

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= G\frac{M}{r_1^2} \\ g_2 &= G\frac{M}{r_2^2} \end{aligned}\right\} \frac{g_1}{g_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2^2}{(2r_2)^2} = \frac{1}{4}\ ; \boxed{g_2 = 4\,g_1 = 4 \times 1{,}6\frac{m}{s^2} = 6{,}4\frac{m}{s^2}}$$