

## INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA CAMPO ELÉCTRICO

IES La Magdalena.  
Avilés. Asturias

De manera análoga a como sucedía en la interacción gravitatoria, la interacción eléctrica entre cargas no se ejerce a distancia. Una carga colocada en un punto **modifica las propiedades del espacio circundante** de forma tal que si ahora introducimos una carga de prueba ésta acusará la existencia de una acción (fuerza) sobre ella que la atrae (si ambas cargas tienen signo contrario) o la repele (si son del mismo signo)

**Se dice que la carga Q crea un campo eléctrico a su alrededor que actúa sobre la carga de prueba. De esta manera la acción no se ejerce a distancia. El campo es el responsable de la acción ejercida sobre la carga de prueba.**

**El campo es una entidad física medible y se define la intensidad del campo eléctrico ( $\vec{E}$ ) en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto:**

Unidad S.I : N/C

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K \frac{q Q}{r^2} \vec{u}_r}{q} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

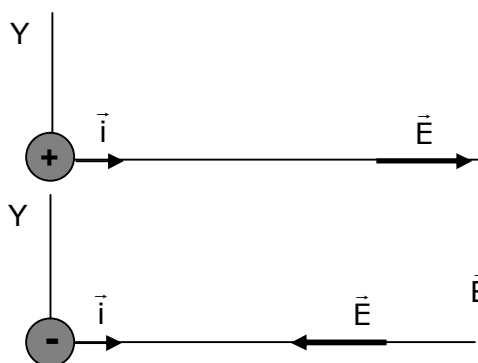
Vector unitario.  
Dirección: la de la recta que une la carga y el punto.  
Sentido: siempre **saliendo** de la carga que crea el campo.

### Ejemplo 1

Calcular la intensidad de campo eléctrico creado por una carga de 4 nC a 30 cm de la misma. Repetir el cálculo suponiendo ahora una carga de - 4 nC

#### Solución:

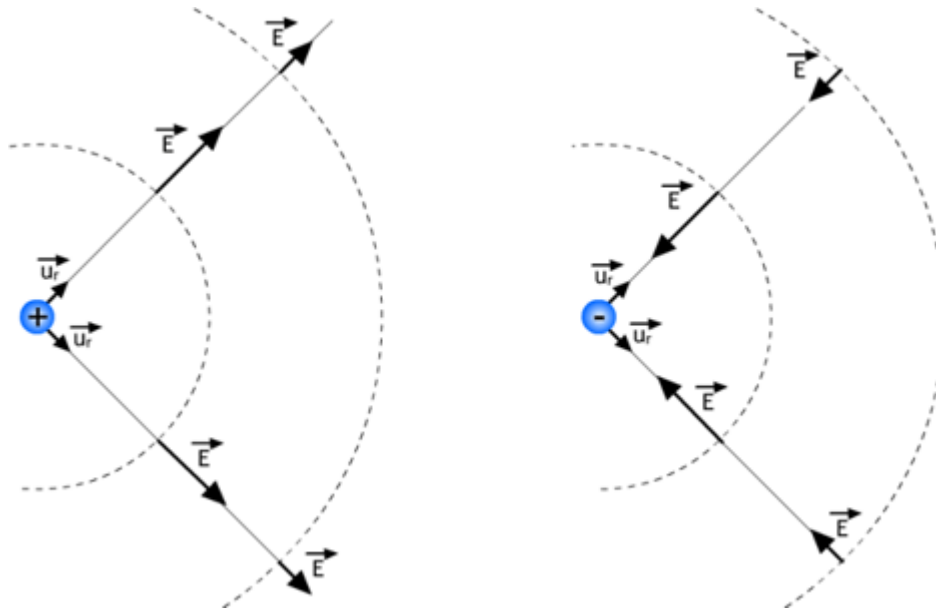
Si suponemos que la carga está situada en el origen de coordenadas y el punto considerado está situado a su derecha, podremos identificar el vector unitario definido en la expresión de la ley de Coulomb con el vector  $\vec{i}$



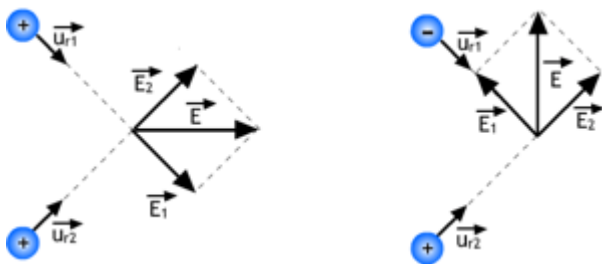
$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{0,30^2 \text{ m}^2} \vec{i} = 400 \vec{i} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{-4 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{0,30^2 \text{ m}^2} \vec{i} = -400 \vec{i} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

- La intensidad de campo, así definida, **establece un vector** (y sólo uno) para cada uno de los puntos del espacio. El campo eléctrico es un **campo vectorial**.
- El valor del campo eléctrico en un punto **es independiente de la carga de prueba** y depende sólo de la carga que crea el campo y la distancia a la que esté el punto considerado.
- Los puntos que estén a una misma distancia de la carga central **tendrán un mismo valor** para la intensidad de campo. *La distancia se toma desde el centro de la carga.*
- La intensidad del campo eléctrico **decrece muy rápidamente con la distancia**, ya que es **inversamente proporcional a su cuadrado**.
- **El sentido del vector campo eléctrico depende del signo de la carga.** Si ésta es positiva el campo es radial y saliente (se dice que en el lugar en el que hay una carga positiva existe una "fuente" del campo) Si la carga es negativa el campo es radial y entrante (se dice que existe un "sumidero" del campo)



Campo eléctrico creado por una carga puntual positiva (izquierda) y negativa (derecha). En ambos casos el campo tiene disposición radial, saliente para la carga positiva y entrante para la negativa.



**Si en las proximidades de un punto existe más de una carga, el campo eléctrico es el resultado de sumar (vectorialmente) cada uno de los campos individuales creados por las cargas (Principio de Superposición).**

Es conveniente diferenciar claramente entre campo y acción (fuerza) ejercida sobre las cargas situadas en su seno.

**El campo es algo que sólo depende de la carga que lo crea. Si ahora introducimos una carga en el campo, éste ejerce una acción sobre ella (fuerza). La fuerza ejercida por el campo sobre la carga se puede calcular fácilmente si se conoce el valor del campo:**

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

**Se deduce fácilmente que fuerza y campo tendrán el mismo sentido si la carga es positiva y sentido contrario si es negativa.**

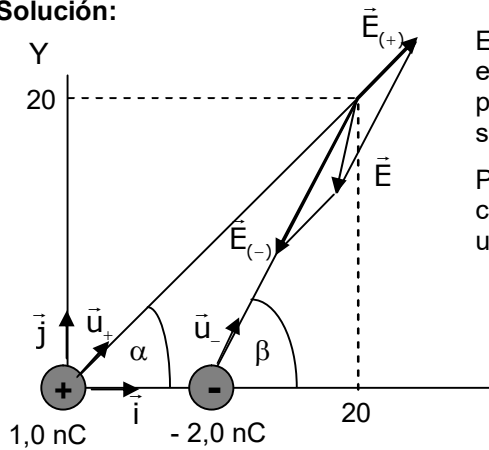
Si en una región del espacio en la que existen cargas de signo distinto se origina un campo eléctrico, éstas se moverán en sentidos contrarios produciéndose la separación de las cargas.

**Ejemplo 2** (Oviedo. 2009-2010)

Dos cargas de 1,0 nC y de -2,0 nC están situadas en reposo en los puntos (0,0) y (10 cm,0), respectivamente.

- a) Determinar las componentes del campo eléctrico en el punto (20 cm, 20 cm).
- b) Una vez obtenidas esas componentes, sin hacer más cálculos, ¿cuáles son las componentes del campo eléctrico en el punto (20 cm, -20 cm).

**Solución:**

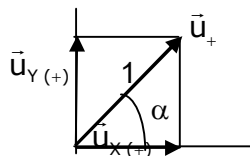


En el esquema adjunto se muestra el vector campo eléctrico creado en el punto (20,20) por la carga eléctrica positiva y la negativa. El campo resultante se obtendrá sumando vectorialmente ambos campos.

Para obtener la expresión matemática de cada uno de los campos obtendremos previamente la expresión del vector unitario correspondiente.

**Campo creado por la carga positiva**

- Distancia al punto :  $r_{(+)}^2 = (20^2 + 20^2) \text{ cm}^2 = 800 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$
- Vector unitario de la carga positiva:



$$\text{tg } \alpha = \frac{20}{20} = 1 ; \alpha = 45^\circ$$

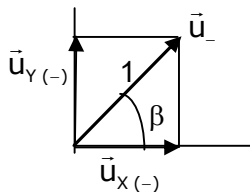
$$\vec{u}_+ = u_{x(+)} \vec{i} + u_{y(+)} \vec{j} = (\cos \alpha) \vec{i} + (\text{sen } \alpha) \vec{j} = 0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}$$

- Vector campo de la carga positiva:

$$\vec{E}_{(+)} = K \frac{Q_{(+)}}{r_{(+)}^2} \vec{u}_+ = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{10^{-9} \text{ C}}{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} (0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}) = 79,5 \vec{i} + 79,5 \vec{j} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

**Campo creado por la carga negativa**

- Distancia al punto :  $r_{(-)}^2 = (10^2 + 20^2) \text{ cm}^2 = 500 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$
- Vector unitario de la carga negativa:



$$\text{tg } \beta = \frac{20}{10} = 2 ; \beta = 63,4^\circ$$

$$\vec{u}_- = u_{x(-)} \vec{i} + u_{y(-)} \vec{j} = (\cos \beta) \vec{i} + (\text{sen } \beta) \vec{j} = 0,45 \vec{i} + 0,89 \vec{j}$$

- Vector campo de la carga negativa:

$$\vec{E}_{(-)} = K \frac{Q_{(-)}}{r_{(-)}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-2 \cdot 10^{-9} \text{ C})}{5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} (0,45 \vec{i} + 0,89 \vec{j}) = -162,0 \vec{i} - 320,4 \vec{j} \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

**Campo resultante**

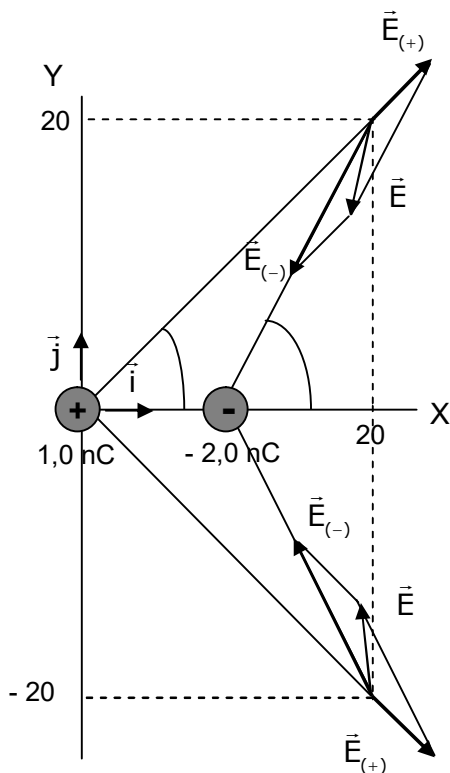
$$\vec{E} = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)} = (79,5 \vec{i} + 79,5 \vec{j}) + (-162,0 \vec{i} - 320,4 \vec{j})$$

$$\vec{E} = -82,5 \vec{i} - 240,5 \vec{j}$$

- Módulo del campo resultante

$$E = \sqrt{82,5^2 + 240,5^2} = 254,3 \left( \frac{N}{C} \right)$$

b) Para el punto (20 cm, -20 cm)



Como se observa en la figura al cambiar la componente y por - y el resultado es equivalente a una reflexión del vector respecto del plano que contiene al eje X. El resultado es que se mantiene invariable la componente x y cambia de signo la componente y.

Efectivamente:

$$\vec{E} = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)} = (79,5 \vec{i} - 79,5 \vec{j}) + (-162,0 \vec{i} + 320,4 \vec{j})$$

$$\vec{E} = -82,5 \vec{i} + 240,5 \vec{j}$$

Si suponemos ahora que colocamos una carga de 4 mC en el punto (20 cm, 20 cm) el campo ejercerá una fuerza sobre ella de:

$$\vec{F} = q \vec{E} = 4 \cdot 10^{-3} \mathcal{C} (-82,5 \vec{i} - 240,5 \vec{j}) \left( \frac{N}{\mathcal{C}} \right) = -0,33 \vec{i} - 0,96 \vec{j} \text{ (N)}$$

Ampliación

**La fuerza lleva la misma dirección del campo y depende del valor de la carga considerada.**

Si la carga que se coloca en el punto anterior es de -4 mC, la fuerza ejercida sobre ella por el campo será ahora de:

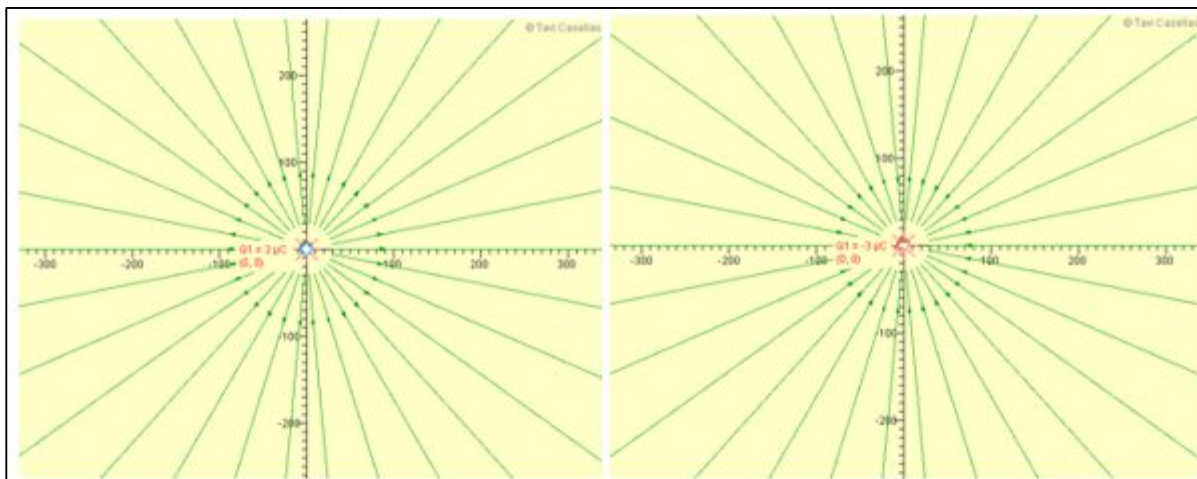
$$\vec{F} = q \vec{E} = -4 \cdot 10^{-3} \mathcal{C} (-82,5 \vec{i} - 240,5 \vec{j}) \left( \frac{N}{\mathcal{C}} \right) = 0,33 \vec{i} + 0,96 \vec{j} \text{ (N)}$$

**Al ser una carga negativa la fuerza lleva sentido contrario al campo.**

## Campo eléctrico. Líneas de fuerza

Con el fin de visualizar el campo se recurre a dibujar las llamadas “**líneas de campo o líneas de fuerza**” que cumplen la condición de que **el vector campo es siempre tangente** en cualquiera de sus puntos y se trazan de modo que **su densidad sea proporcional a la intensidad del campo**.

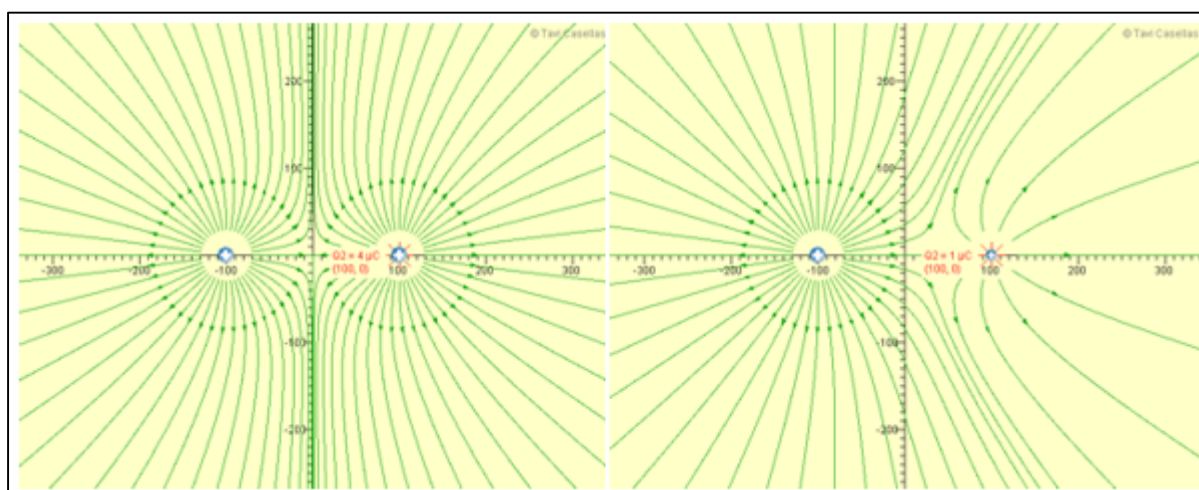
- Para una única carga las líneas de campo son radiales. Si ésta es positiva el campo sale de la carga (“fuentes de campo”), mientras que si es negativa apunta hacia ella (“sumideros del campo”).
- Las líneas de fuerza representan las trayectorias que seguiría una carga situada en el campo. Si la carga es positiva se moverá en el sentido del campo. Si es negativa en sentido contrario



Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por una carga de  $+3 \mu\text{C}$ . El campo es saliente.  
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por una carga de  $-3 \mu\text{C}$ . El campo es entrante

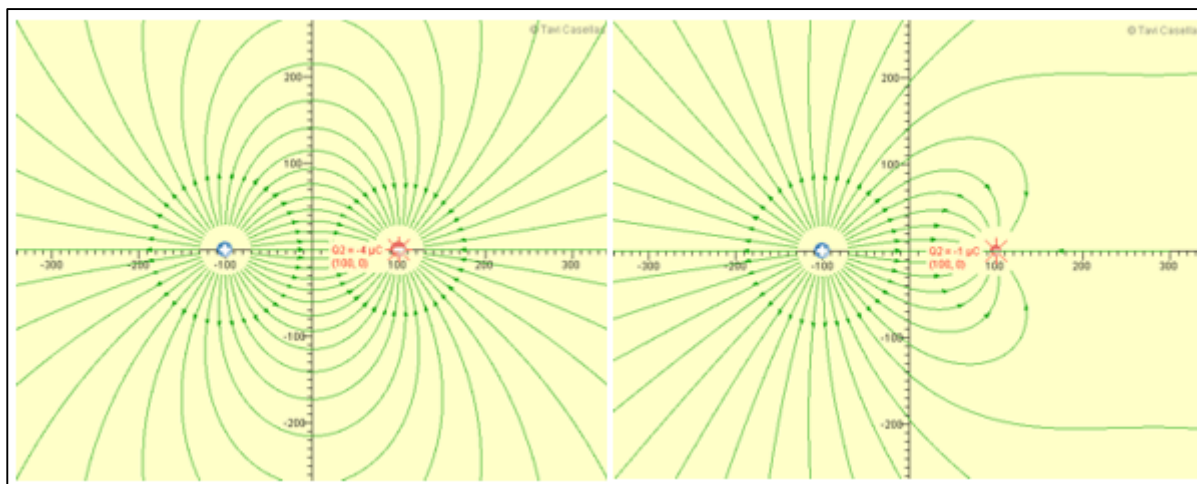
Captura de pantalla de **FisLab.net**. Autor: **Tavi Casellas**  
(<http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm>)

- Si hay más de una carga el campo se distorsiona debido a la superposición de ambos campos (en cada punto el campo resultante es la suma vectorial de los campos debidos a cada una de las cargas).



Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas positivas e idénticas.  
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas positivas distintas. La situada a la izquierda es cuatro veces mayor que la que está situada más a la derecha.

(Captura de pantalla de web citada más arriba)



Izquierda: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas idénticas, pero de distinto signo. Las líneas salen de la positiva y entran en la negativa. Esta agrupación recibe el nombre de **dipolo eléctrico**.

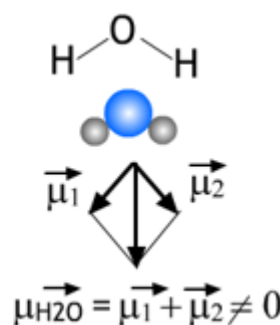
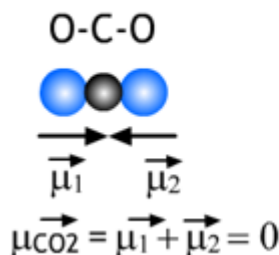
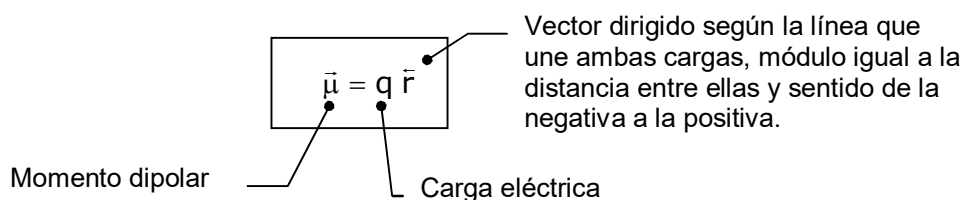
Derecha: líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas de distinto signo. La situada a la izquierda es positiva y cuatro veces mayor que la que está situada más a la derecha (negativa).

(Captura de pantalla de web citada más arriba)

El dipolo eléctrico es una distribución de carga que adquiere una gran importancia en el estudio de las moléculas. Cuando están formadas por átomos distintos (moléculas heteronucleares), y debido a la diferente electronegatividad de éstos, se produce una separación de cargas adquiriendo el átomo más electronegativo una carga parcial negativa, mientras que el menos electronegativo adquiere una carga parcial idéntica pero positiva. **Se forma un dipolo.**

Si se quiere hacer un estudio cuantitativo se define el llamado **momento dipolar**, un vector definido de la forma siguiente:

- Módulo: producto de la carga por la distancia que las separa.
- Dirección: la de la línea que une ambas cargas.
- Sentido: de la carga negativa a la positiva



Izquierda: molécula de CO<sub>2</sub>. Aunque los dos enlaces CO son polares, la molécula, en conjunto, es apolar, ya que el momento dipolar resultante es nulo.

Derecha: molécula de H<sub>2</sub>O. Los momentos dipolares de los dos enlaces H-O se suman para dar un momento dipolar total no nulo. La molécula es polar.

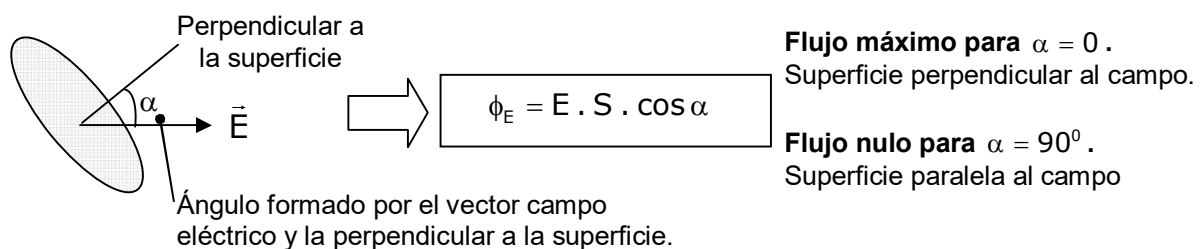
### Flujo del campo eléctrico. Teorema de Gauss

Por convenio **la intensidad del campo eléctrico es proporcional al número de líneas de campo que atraviesan la unidad de superficie colocada perpendicularmente a ellas.**

Si consideramos una superficie S, colocada perpendicularmente a las líneas de campo, y la multiplicamos por el campo eléctrico, **la magnitud así definida será proporcional al número de líneas de campo que atraviesan dicha superficie.** Esta nueva magnitud recibe el nombre de **flujo del campo eléctrico** ( $\phi_E$ ):

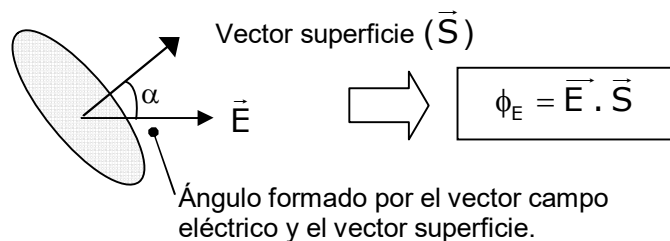
$$\phi_E = E \cdot S$$

Si la superficie no está colocada perpendicularmente a las líneas de campo, sino que forma con ellas cierto ángulo, el flujo del campo eléctrico a través de esa superficie viene dado por:



**La unidad S.I. de flujo del campo eléctrico es el  $N \cdot m^2 / C$ .**

Recordando la definición de producto escalar de dos vectores, y definiendo el vector superficie como un vector perpendicular a la misma, saliente (cuando la superficie sea cerrada), y cuyo módulo sea el área de la superficie considerada, tenemos:



Si el campo no es uniforme deberemos recurrir al cálculo diferencial para efectuar el cálculo.

Considerando una superficie muy pequeña (diferencial), a través de la cual el campo pueda suponerse constante. El flujo (diferencial) a través de dicha superficie valdrá:

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Para calcular el flujo a través de toda la superficie deberemos de hacer una integral extendida a toda la superficie (integral de superficie):

$$\phi_E = \int_S d\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

El concepto de flujo a través de superficies cerradas es muy útil a la hora de describir matemáticamente los campos y obtener información sobre ellos.



### Teorema de Gauss

**El teorema de Gauss**<sup>(1)</sup> relaciona el flujo a través de una superficie cerrada (denominada gaussiana) con la carga eléctrica presente en su interior.

Si consideramos una superficie esférica de radio  $r$  que rodea una carga  $q$  situada en su interior, el flujo a través de la superficie considerada vendrá dado por:

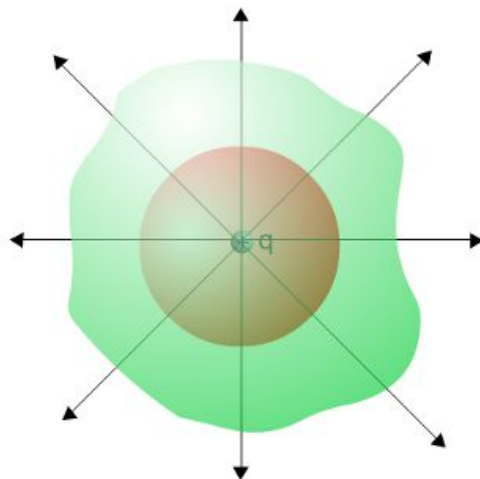
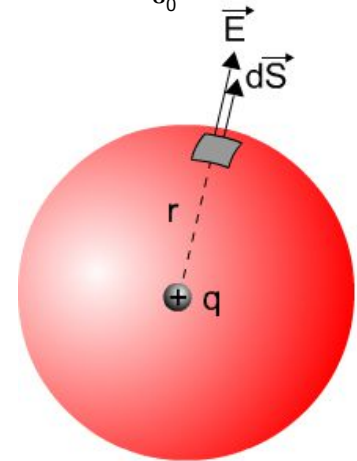
$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E \, dS \cos \alpha = E \int_S dS = E S = k \frac{q}{r^2} 4 \pi r^2 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4 \pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Luego podemos escribir:

$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Si hay varias cargas en el interior de la gaussiana, la carga  $q$  será la carga neta (suma algebraica de las cargas).

El resultado sería el mismo con independencia de la forma de la superficie considerada, ya que el flujo (número de líneas de campo que atraviesan la superficie) no variará según se puede ver en la figura:



Por tanto, podemos enunciar el teorema de Gauss en la forma:

**El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta en su interior dividida por  $\epsilon_0$**

El teorema de Gauss es una excelente herramienta a la hora de explorar los campos o calcular el campo eléctrico creado por objetos cargados.

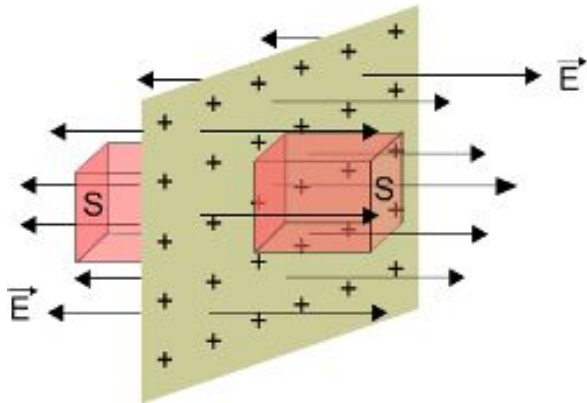
:

<sup>(1)</sup> **Karl Friedrich Gauss** (1777–1855). Matemático, astrónomo y físico alemán que contribuyó significativamente en muchos campos, incluida la teoría de números, el análisis matemático, la geometría diferencial, la estadística, el álgebra, la geodesia, el magnetismo y la óptica. Gauss ha tenido una influencia notable en muchos campos de la matemática y de la ciencia y es considerado uno de los matemáticos que más influencia ha tenido en la Historia. (Wikipedia:<http://bit.ly/2fP37HQ>).



**Campo eléctrico creado por una lámina conductora plana**

El campo eléctrico creado es perpendicular a la lámina y uniforme. Si consideramos como superficie gaussiana la correspondiente a un prisma (ver figura) el flujo es nulo a través de las caras laterales, y para cada una de las bases valdrá:



$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Sumando las dos bases :

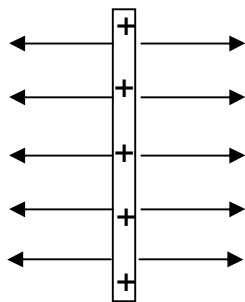
$$2 E S = \frac{q}{\epsilon_0} ; E = \frac{q}{2 \epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

Densidad de carga:  
 $\sigma = \frac{q}{S}$

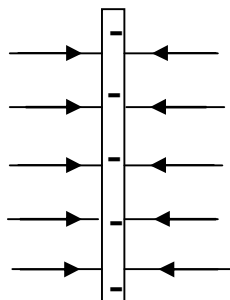
$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

**Su valor no depende de la distancia a la que nos situemos.  
Solo depende de la densidad de carga de la placa (carga/superficie).**

**Campo eléctrico creado por dos láminas paralelas con carga de signo contrario**



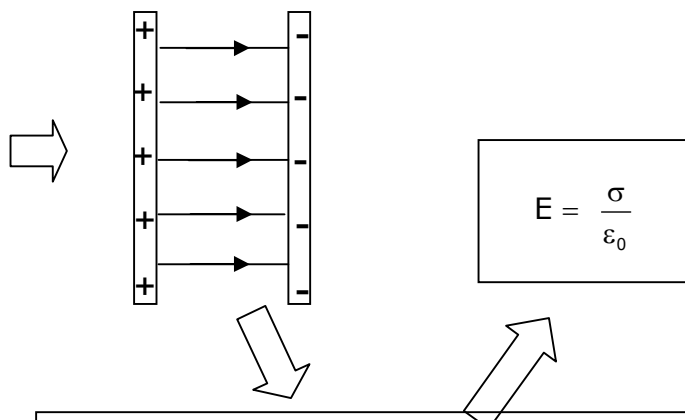
a) Con carga positiva. Campo saliente.



b) Con carga negativa. Campo entrante.

Los campos mostrados son un esquema teórico obtenido suponiendo una longitud infinita para las láminas.

Realmente en los extremos se produce una distorsión del campo que hace que en esas zonas no sea uniforme.



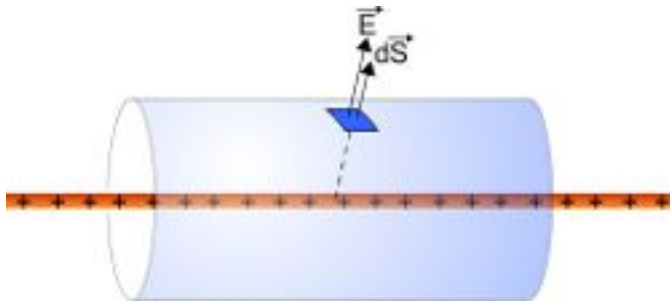
**En el interior los campos creados por ambas láminas se suman, produciendo un campo uniforme y de intensidad doble.**

**En el exterior los campos se restan dando un campo nulo.**

### Campo eléctrico creado por un conductor cilíndrico (hilo) cargado

El campo creado es radial y tiene distribución cilíndrica.

Si consideramos como superficie gaussiana la correspondiente a un cilindro que envuelve al conductor de longitud  $L$  y aplicamos el teorema de Gauss obtendremos:



$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E S = \frac{q}{\epsilon_0}; E (2 \pi r L) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{(2 \pi r L) \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2 \pi r \epsilon_0}$$

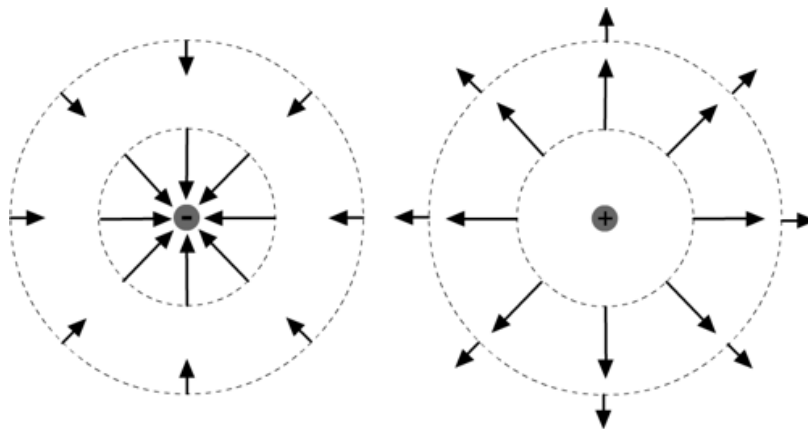
Densidad lineal de carga:

$$\lambda = \frac{q}{L}$$

**El campo creado es radial y tiene distribución cilíndrica. Depende de la densidad lineal de carga (carga/longitud) y disminuye a medida que nos alejamos del conductor.**

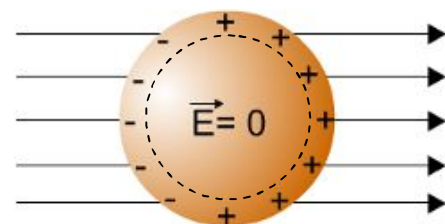
$$E = \frac{\lambda}{2 \pi r \epsilon_0}$$

Distancia al conductor



Esquema del campo eléctrico de un cilindro con carga (vista cenital).

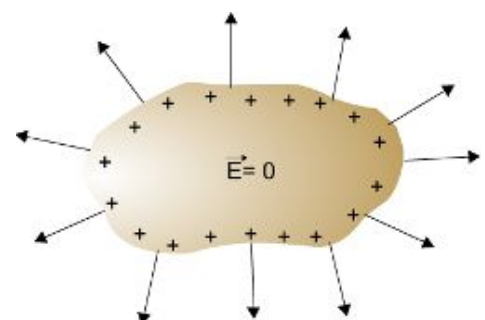
La aplicación del teorema de Gauss nos lleva a deducir que el campo eléctrico en el interior de un conductor situado en el seno de un campo eléctrico ha de ser nulo, ya que al tener electrones libres, estos se moverán originándose un dipolo que crea un campo interno que se opone al externo. El movimiento de cargas cesará cuando el campo interno anule al externo (lo que se produce de manera prácticamente instantánea, ya que se calcula que el tiempo necesario es del orden de  $10^{-19}$  s). Este hecho fue estudiado por Faraday, por lo que se le conoce como efecto **jaula de Faraday**.



Si rodeamos el interior con una gaussiana el flujo a través de ella es cero (ya que el campo es nulo), **la carga por tanto se concentra en la superficie del conductor**.

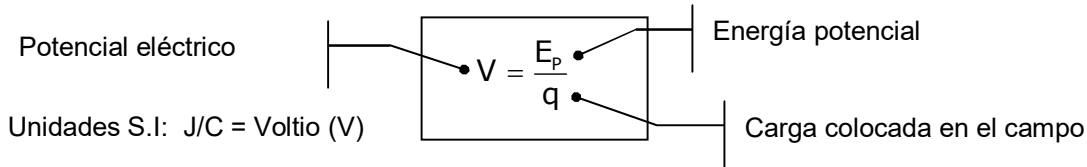
Este hecho nos lleva a concluir que **si nos situamos en el interior de un conductor estaremos aislados de campos eléctricos externos**. Así explicamos la falta de cobertura para los móviles cuando nos encontramos en el interior de un ascensor metálico, o la seguridad de los pasajeros situados en el interior de un avión si este es alcanzado por un rayo.

**Si el conductor está cargado y en equilibrio electrostático** (cargas quietas), por idénticas razones, **la carga se distribuirá en la superficie, y el campo creado por el conductor en el exterior será perpendicular al mismo en todos los puntos**, ya que de no serlo habría una componente tangente a la superficie que haría que las cargas se movieran.



**Potencial eléctrico**

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa. En consecuencia, a toda carga situada en su seno se le puede asignar una energía potencial. Basándonos en este hecho se puede definir una nueva magnitud (característica de los campos conservativos) denominada **potencial eléctrico, V**:



**El potencial eléctrico se define como la energía potencial por unidad de carga positiva colocada en el campo.**

El potencial eléctrico es un número (escalar) que se puede calcular para cada uno de los puntos del campo, siendo su valor:

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{K \frac{q Q}{r}}{q} = K \frac{Q}{r}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Si existe más de una carga el potencial eléctrico en un punto es la suma de los potenciales debidos a cada una de las cargas (Principio de Superposición):

$$V_{TOT} = V_1 + V_2 + V_3 \dots$$

Como se puede ver el valor del potencial eléctrico sólo depende de la carga que crea el campo y de la distancia al punto considerado. **Tendrá valor nulo a distancia infinita de la carga y puede tomar valores positivos o negativos en función del signo de la carga considerada.**

Un potencial positivo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga positiva.

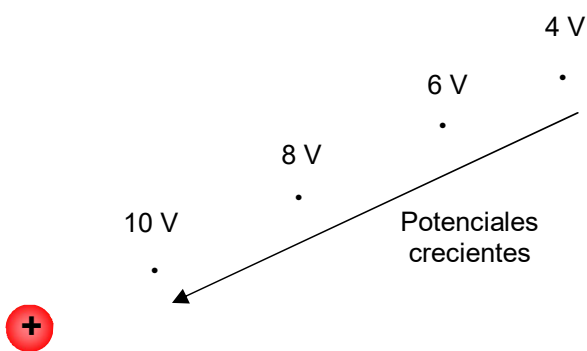
Análogamente un potencial negativo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga negativa.

Es importante distinguir entre el potencial eléctrico (V) y la energía potencial de una carga colocada en su seno. Ésta depende del valor de la carga y se puede obtener fácilmente si se conoce el valor del potencial eléctrico:

$$E_p = q V$$

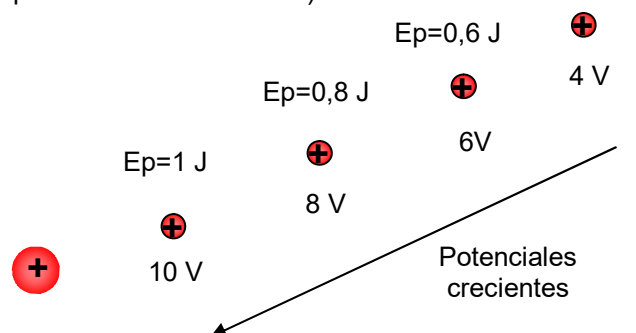
Valores del potencial en varios puntos del campo de una carga positiva. El potencial disminuye a medida que nos alejamos de la carga.

El punto de  $V = 0$  estará situado a distancia infinita ( $r = \infty$ )



Si colocamos una carga positiva (de 0,1 C, por ejemplo) en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por  $E_p = q V$

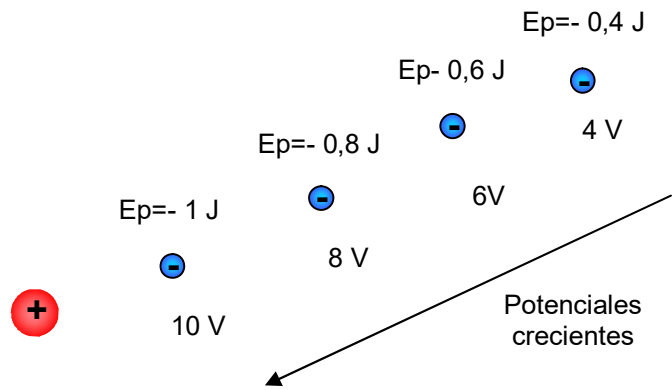
Si la carga se deja libre se moverá en el sentido de alejarse de la carga que crea el campo. Esto es, disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales decrecientes)



Si colocamos ahora una carga negativa (de - 0,1 C, por ejemplo) en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por  $E_p = q V$

Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de acercarse a la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales crecientes)

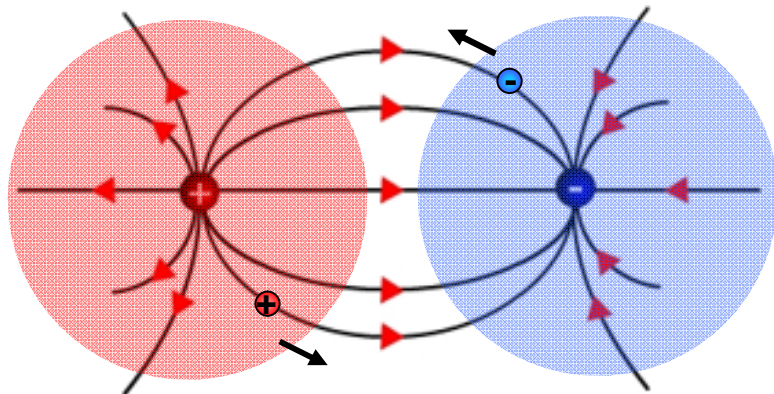
Reparar en el signo negativo que tiene ahora la energía potencial.



Resumiendo lo anterior:

- **Cuando las cargas se introducen en un campo se mueven espontáneamente (siguiendo las líneas de campo) en la dirección en que su energía potencial disminuye.**
- **Una carga positiva se moverá en la dirección de los potenciales decrecientes.** O lo que es lo mismo, desde las zonas de mayor potencial a las de menor potencial
- **Una carga negativa se moverá en la dirección de los potenciales crecientes.** O lo que es lo mismo, desde las zonas de menor potencial a las de mayor.

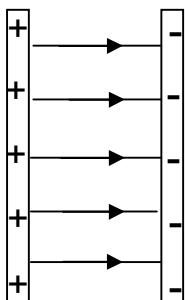
En la figura se ha representado con un círculo rojo la zona de potencial netamente positivo y en azul la que tendría un potencial negativo. Una carga positiva se moverá ,espontáneamente, siguiendo la línea de campo, desde la zona de potencial positivo hacia la zona de potencial negativo. Por el contrario, una carga negativa se mueve hacia los potenciales positivos.



Conclusión:

Para lograr que las cargas se muevan entre dos puntos hemos de conseguir que dichos puntos se encuentren a distinto potencial.

Una manera de conseguir esto es acumular cargas positivas en una zona y negativas en otra.



**Diferencia de potencial entre dos láminas paralelas con carga de signo contrario**

Como en la región situada entre las dos placas el campo es uniforme es posible establecer una relación muy sencilla entre campo y diferencia de potencial:

$$\Delta V = E r$$

Si la distancia entre ambas placas es d, la diferencia de potencial entre ambas valdrá:

$$\Delta V = E d$$

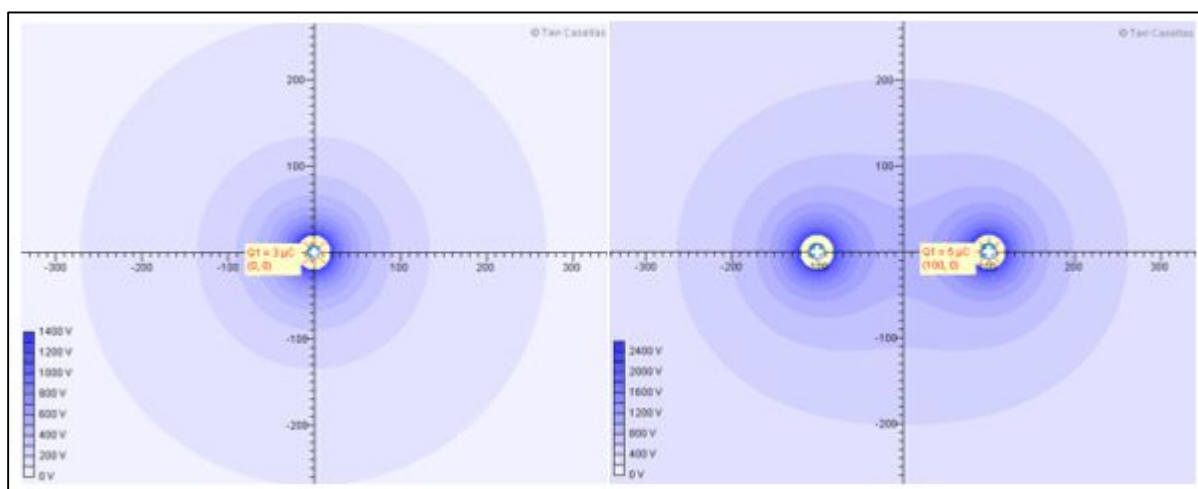
Las superficies equipotenciales son, por tanto, planos paralelos a las placas.

Como se deduce de la ecuación que permite calcular el potencial eléctrico en un punto, todos los puntos situados a una misma distancia ( $r$ ) de la carga que crea el campo tendrán idéntico potencial. Si se unen con una línea todos estos puntos obtendremos circunferencias centradas en la carga que cumplen la condición de que **todos sus puntos se encuentran al mismo potencial**. Por esta razón reciben el nombre de **líneas (o superficies, en tres dimensiones) equipotenciales**.

De todo lo dicho se deduce que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga  $q$  desde un punto **1** hasta otro **2** se puede calcular (fuerza conservativa) por diferencia entre las respectivas energías potenciales:

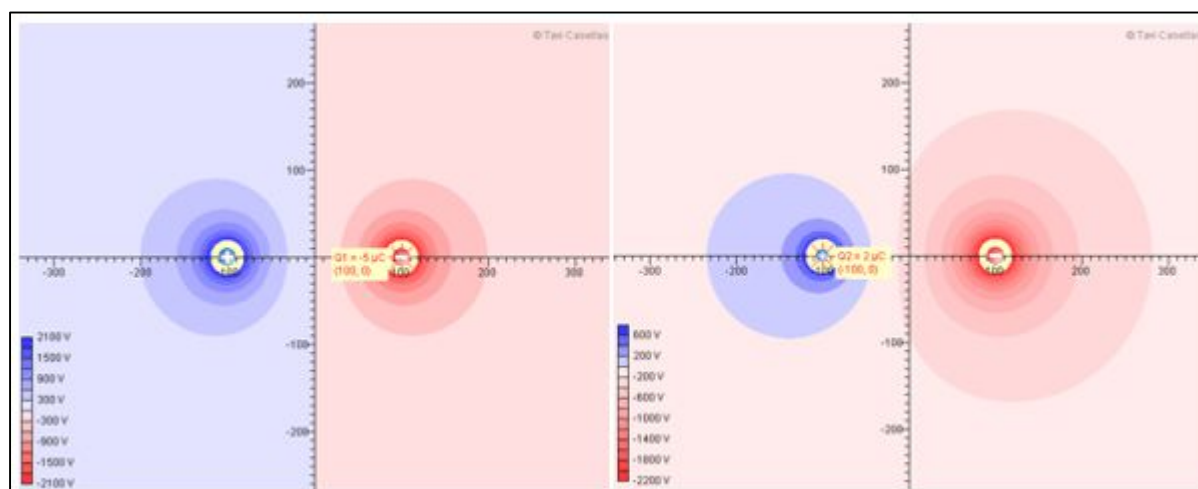
$$W_{\text{cons}} = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = q V_1 - q V_2 = q (V_1 - V_2)$$

Si nos movemos a lo largo de una línea equipotencial ( $V_2=V_1$ ) el trabajo realizado será nulo. La fuerza eléctrica no realiza trabajo alguno, o lo que es equivalente, no se requiere aporte alguno de energía para trasladar una carga a lo largo de una línea equipotencial, de lo que se deduce que **la fuerza eléctrica, y por consiguiente el vector campo, debe de ser perpendicular a la línea equipotencial**.



Izquierda: superficies equipotenciales para una carga de  $+3 \mu\text{C}$ .  
Derecha: superficies equipotenciales para dos cargas idénticas.

Captura de pantalla de **FisLab.net**. Autor: **Tavi Casellas**  
(<http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm>)



Izquierda: superficies equipotenciales para dos cargas idénticas pero de signo opuesto.  
Derecha: superficies equipotenciales para dos cargas distintas y de signo opuesto. La carga negativa (situada a la derecha) es bastante mayor que la carga positiva situada a la izquierda

Captura de pantalla de **FisLab.net**. Autor: **Tavi Casellas**  
(<http://www.xtec.net/~ocasella/applets/elect/appletsol2.htm>)

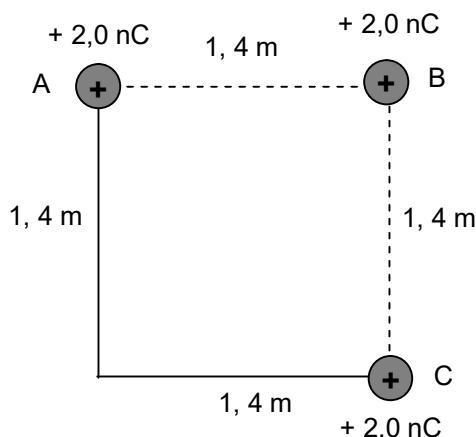
**Ejemplo 3** (Oviedo. 2010-2011)

Se tienen tres cargas eléctricas iguales de valor  $+ 2,0 \text{ nC}$  dispuestas en tres de los cuatro vértices de un cuadrado de lado  $1,4 \text{ m}$ . Determinar

- El valor del potencial electrostático en el cuarto vértice.
- El trabajo necesario para llevar una carga de  $+ 1,0 \text{ nC}$  desde el cuarto vértice hasta el infinito.

DATOS: Permitividad dieléctrica del vacío  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

**Solución:**



Como se observa en el esquema se supone que el vértice en el cual no está situada ninguna carga inicialmente coincide con el origen de coordenadas.

Además, aunque son exactamente iguales, se han nombrados con las letras A, B y C las tres cargas.

Como dato se da la permitividad del vacío. A partir de ese valor podemos calcular el de la constante K:

$$K = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = \frac{1}{4 \pi 8,85 \cdot 10^{-12}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

El potencial en el origen debido a las cargas A y C tiene el mismo valor:

$$V_A = V_C = K \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{1,4 \text{ m}} = 12,86 \text{ V} \left( \frac{\text{J}}{\text{C}} \right)$$

El potencial en el origen debido a la carga B tiene un valor distinto, ya que está situada a una distancia:

$$r_B = \sqrt{1,4^2 + 1,4^2} = 1,98 \text{ m}$$

$$V_B = K \frac{Q}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{1,98 \text{ m}} = 9,09 \text{ V} \left( \frac{\text{J}}{\text{C}} \right)$$

Por tanto el potencial en el punto considerado será:

$$V_{\text{TOT}} = V_A + V_B + V_C = 2(12,86) \text{ V} + 9,09 \text{ V} = 34,81 \text{ V}$$

El trabajo realizado por el campo al llevar una carga  $q$  desde un punto de potencial  $V_1$  a otro de potencial  $V_2$  (en este caso  $V_2 = 0$ ) viene dado por:

$$W = q (V_1 - V_2) = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 34,81 \text{ J/C} = 3,48 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

El trabajo realizado por el campo es positivo, lo que indica que la energía cinética de la partícula aumentará en esta cantidad a expensas de una pérdida de energía potencial de idéntico valor. La carga se mueve, por tanto, desde un punto de energía potencial más elevada a otro de energía potencial más baja (en la dirección en la que el potencial decrece), de forma espontánea.

**Ejemplo 4** (Oviedo. 2005-2006)

Sea una partícula de masa 1,0 g, cargada positivamente, y que se mueve en el seno de un campo eléctrico uniforme  $E = 1 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ , cuyas líneas de campo son perpendiculares al suelo. Inicialmente la partícula está en reposo a una altura de 5 m del suelo. Si se la deja libre, toca el suelo con una velocidad de 20 m/s. Determinar el sentido de las líneas del campo eléctrico y la carga de la partícula. (Datos: tomar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Solución:**

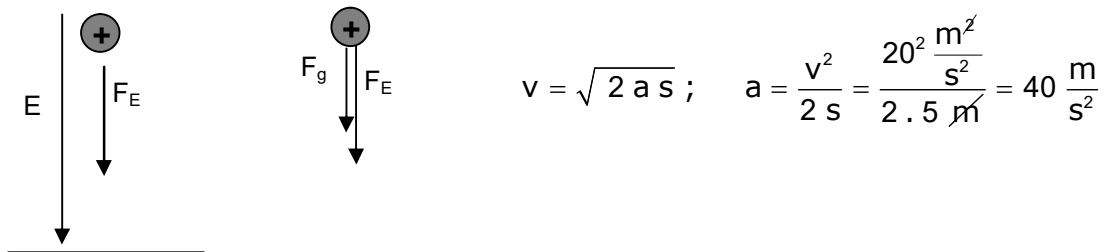
Si la partícula cayera sometida únicamente a la fuerza de gravedad llegaría al suelo con una velocidad:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 ; t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$v = v_0 + a t = a \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{2as}$$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como en el enunciado se dice que llega al suelo con una velocidad doble, hemos de concluir que existe una fuerza adicional dirigida hacia abajo debida al campo eléctrico. Como la carga es positiva, fuerza y campo deben tener el mismo sentido, de lo que se deduce que el campo debe estar orientado de arriba a abajo. Por tanto la carga cae sometida a dos fuerzas: la de gravedad ( $F_g$ ) y la debida al campo eléctrico ( $F_E$ ). La aceleración de caída será entonces:



Aplicando el Principio Fundamental de la Dinámica tenemos:

$$F_g + F_E = m a ; \quad F_E = m a - F_g = m (a - g)$$

$$F_E = m (a - g) = 10^{-3} \text{ kg} (40 - 10) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

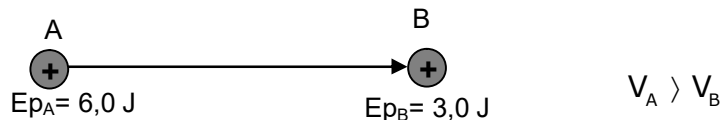
Como :

$$E = \frac{F_E}{q} ; \quad q = \frac{F_E}{E} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ N}}{10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 3 \mu\text{C}$$

**Ejemplo 5** (Oviedo. 2010-2011)

La energía potencial de una carga de 2,0 nC en un punto A de un campo eléctrico es de 6,0 J y se traslada con velocidad nula a un punto B donde su energía vale 3,0 J. ¿Cuánto vale la diferencia de potencial  $V_B - V_A$ ?

**Solución:**



$$\left. \begin{aligned} V_A &= \frac{E_{pA}}{q} \\ V_B &= \frac{E_{pB}}{q} \end{aligned} \right\} V_B - V_A = \frac{E_{pB}}{q} - \frac{E_{pA}}{q} = \frac{E_{pB} - E_{pA}}{q} = \frac{(3,0 - 6,0) \text{ J}}{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = -1,5 \cdot 10^9 \text{ V}$$

La carga se mueve desde un punto de mayor potencial a otro de menor. La fuerza eléctrica realizará trabajo positivo. El proceso será espontáneo.



**Ejemplo 6** (Oviedo. 2001)

Sean dos láminas conductoras planas A y B, paralelas entre sí y separadas por una distancia  $d$ , que es pequeña comparada con la extensión superficial de las láminas. Se establece una diferencia de potencial entre las láminas de forma que  $V_A$  sea mayor que  $V_B$ .

- a) Dibujar las líneas del campo eléctrico y las superficie equipotenciales.

Si en el espacio comprendido entre las láminas, y equidistante de ambas, se introduce una partícula de masa 10 g y carga de  $- 2 \cdot 10^{-4}$  C, calcular:

- b) La diferencia de potencial que es necesario aplicar a las láminas para que la partícula cargada se mantenga en reposo si suponemos que  $d = 1$  cm. (Nota: considerar la partícula puntual)

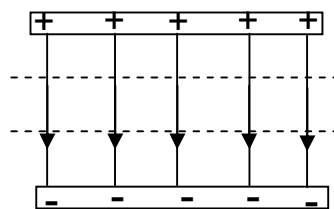
**Solución:**

- a) El campo creado entre dos placas conductoras con carga de signo contrario puede considerarse uniforme si se desprecian las distorsiones en los extremos. Estas pueden despreciarse si la distancia entre las placas es pequeña comparada con su tamaño, tal y como se comenta en el enunciado.

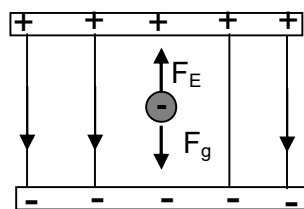
Las líneas de campo son paralelas y salen de la placa con carga positiva y entran en la placa con carga negativa (ver figura). Para esta distribución de carga la diferencia de potencial entre dos puntos se relaciona con el campo según:

$$V = E r \quad r = \text{distancia entre los puntos considerados}$$

Por tanto, todos los puntos que se encuentren a la misma distancia de una de las placas tienen idéntico potencial. Las líneas (superficies) equipotenciales serán líneas (planos) paralelas a las placas que en el esquema se han dibujado con líneas de trazos.



- b)



$$F_E - F_g = 0 ; \quad F_E = F_g$$

$$\left. \begin{array}{l} F_E = q E \\ F_g = m g \end{array} \right\} q E = m g$$

Para dos placas paralelas :  $V = E d$

$$\text{Por tanto : } q \frac{V}{d} = m g ; \quad V = \frac{m g d}{q} = \frac{10^{-2} \text{kg } 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 10^{-2} \text{m}}{2 \cdot 10^{-4} \text{C}} = 5 \text{ V}$$