Dpto. Física y Química	**FUERZAS DE ROZAMIENTO (deslizamiento)**	**IES La Magdalena. Avilés. Asturias**

Las fuerzas de rozamiento surgen:

- Cuando a un cuerpo en reposo sobre un plano se le aplica una fuerza para intentar ponerlo en movimiento (aunque no llegue a deslizar). **Fuerza de rozamiento estática (F_s)**
- Cuando un cuerpo desliza sobre un plano**. Fuerza de rozamiento cinética (F_k).**

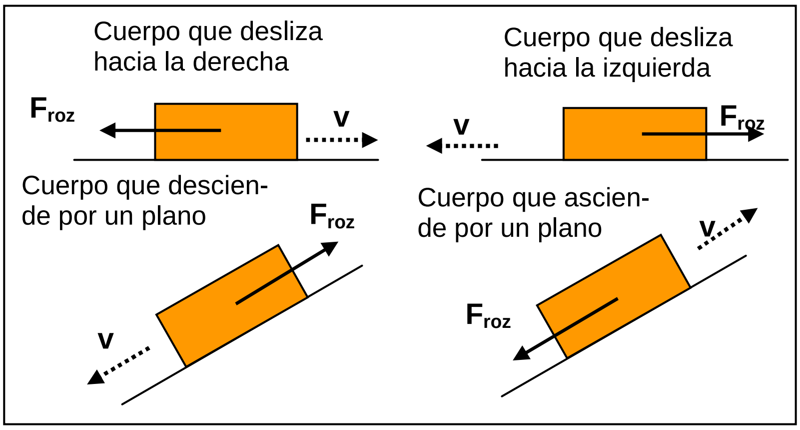
Aunque la naturaleza de la interacción responsable de las fuerzas de rozamiento no es bien conocida, parece que son debidas a interacciones entre las moléculas de ambos cuerpos en los lugares en los que las superficies están en contacto.

FUERZA DE ROZAMIENTO CINÉTICA

La fuerza de rozamiento cinética, F_k, aparece cuando un cuerpo desliza, por ejemplo, sobre un plano.

De las mediciones experimentales se deduce que:

- La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del objeto.
- Es paralela al plano.
- Depende da la naturaleza y estado de las superficies en contacto.
- Es proporcional a la fuerza normal.
- Es independiente de la velocidad del cuerpo, mientras ésta no sea muy elevada.
- Es independiente del área (aparente) de las superficies en contacto.



La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del cuerpo.

$$F_k = \mu \; N$$

Fuerza normal o acción del plano

Fuerza cinética de rozamiento.

Coeficiente de rozamiento. Número sin unidades. Depende de la naturaleza de las superficies y de su estado.

La fuerza de rozamiento cinética es ejercida por el plano sobre los cuerpos y es la responsable de que éstos disminuyan su velocidad si se dejan deslizar libremente. De aquí (primera ley de Newton) que si queremos que un cuerpo que desliza sobre un plano no disminuya su velocidad, hemos de empujarlo (aplicar una fuerza).

Como se puede observar **tiene un valor constante** y depende del valor de la normal y del coeficiente de rozamiento.

Algunos valores del coeficiente de rozamiento cinético:

Madera-madera: 0,25 – 0,50

Acero – acero : 0,57

Madera encerada – nieve: 0,1

FUERZA DE ROZAMIENTO ESTÁTICA

La fuerza de rozamiento estática aparece cuando aplicamos una fuerza a un cuerpo para intentar que deslice. Si la fuerza aplicada está por debajo de determinado valor no se iniciará el deslizamiento, debido a que la fuerza de rozamiento estática equilibra la fuerza aplicada. Si aumentamos el valor de la fuerza aplicada, aumenta el valor de la fuerza de rozamiento estática y el cuerpo permanece en reposo.

Si seguimos aumentando la fuerza llegará un momento que el cuerpo comienza a deslizar. **La fuerza de rozamiento estática no puede crecer indefinidamente. Su valor máximo viene dado por la expresión:**

$$\mathbf{F_S = \mu_S\ N}$$

Donde :

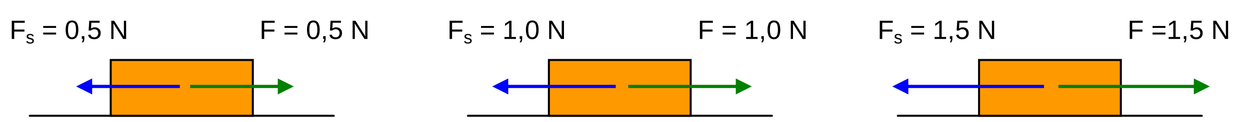
Fs es la fuerza de rozamiento estática.

μ_S es el coeficiente de rozamiento estático. Depende de la naturaleza de las superficies en contacto y de su estado. **Tiene un valor superior a μ_K.**

N es la normal al plano.

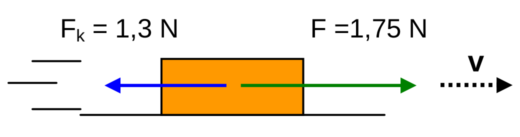
Una vez que la fuerza aplicada es superior al valor máximo que puede alcanzar la fuerza de rozamiento estática, el cuerpo comienza a deslizar y aparece la fuerza de rozamiento cinética.

Materiales	μ_s (Estático)	μ_k (Cinético)
Acero - acero	0,74	0,57
Aluminio - acero	0,61	0,47
Cobre - acero	0,53	0,36



Arriba. La fuerza aplicada aumenta y la fuerza de rozamiento estática toma el mismo valor. No hay deslizamiento.

Supongamos que el valor máximo que puede adquirir la fuerza de rozamiento estática sea 1,5 N. Si la fuerza aplicada supera ese valor (figura de la derecha) se inicia el deslizamiento y comienza a actuar la fuerza de rozamiento cinética, más pequeña que el valor máximo de la estática. El cuerpo desliza con aceleración constante.



La fuerza de rozamiento estática no tiene un valor definido. Depende del valor de la fuerza aplicada paralelamente al plano. Para calcularla hay que aplicar las condiciones de equilibrio: $\Sigma F = 0$

Si tiene un valor definido su "cota" máxima: $F_S = \mu_S$ N que, como se puede ver, depende tanto del valor de la normal como del coeficiente de rozamiento estático.

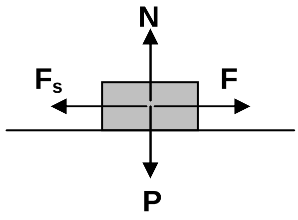
Ejemplo 1

Un bloque de madera de 250 g descansa sobre un plano.

Describir lo que ocurrirá si se comienza a tirar de él con una fuerza creciente y paralela al plano. Se sabe que el coeficiente de rozamiento estático vale 0,50 y el cinético 0,42.

Solución:

a) El diagrama de fuerzas actuantes sería:



Eje Y : N – P = 0. Luego N = P = m . g = 0,250 kg . 10 m/s^2 = 2, 50 N

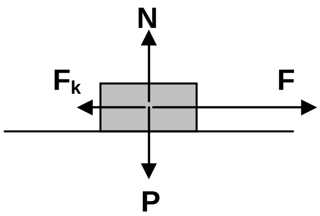
Valor máximo de la fuerza de rozamiento estática:

$$F_s = \mu_s . N = 0,50 . 2,50\ N = 1,25\ N$$

Por tanto, si vamos aumentando lentamente el valor de F, la fuerza de rozamiento estática irá creciendo correspondientemente, de tal manera que anula la fuerza aplicada. El bloque al estar sometido a una fuerza resultante nula permanecerá en reposo.

Esta situación se mantendrá para valores de F comprendidos entre 0,00 y 1,25 N. Una vez alcanzado ese valor, la fuerza de rozamiento estática no puede aumentar más. En consecuencia, si se sigue aumentando F, el bloque comenzará a deslizar y la fuerza de rozamiento estática será reemplazada por la de rozamiento cinética, siempre menor que el valor máximo de la de rozamiento estática.

El bloque comenzará a moverse con movimiento uniformemente acelerado.



Ejemplo.

Consideremos que aumentamos la fuerza aplicada hasta un valor de 2,00 N. El diagrama de fuerzas será ahora el representado a la izquierda y el cuerpo se moverá con una aceleración que se calcula de la siguiente manera:

$$F - F_k = m\,a \ ; \ a = \frac{F - F_k}{m} = \frac{F - \mu_k N}{m} = \frac{F - \mu_k m\,g}{m}$$

$$a = \frac{F - \mu_k m\,g}{m} = \frac{2,00\ N - 0,42 . 0,250\ kg . 10 \frac{m}{s^2}}{0,250\ kg} = \frac{(2,00 - 0,42 . 0,250 . 10)\ \cancel{kg}\ \frac{m}{s^2}}{0,250\ \cancel{kg}} = 3,8\ \frac{m}{s^2}$$

Las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo serán (movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado)

v = 3,8 t
s = 1,9 t^2

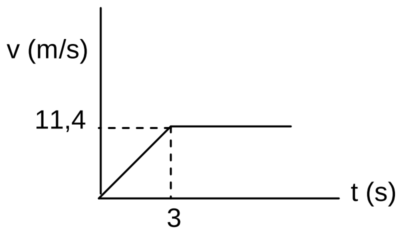
Si en determinado momento (pongamos que a los 3 s de iniciarse el deslizamiento) la fuerza F se ajusta haciéndose igual a la fuerza de rozamiento cinética ¿qué pasará?

A los 3 s de iniciarse el deslizamiento el cuerpo llevará una velocidad de:

$v_{(t = 3)}$ = 3,8 x 3 = 11,4 m/s.

Como a partir de este instante se va a cumplir que F = F_k sucederá que a = 0. Por tanto, el cuerpo continuará moviéndose con movimiento rectilíneo y uniforme. Su velocidad se mantendrá inalterada en el valor de 11,4 m/s.

La gráfica v/t sería:



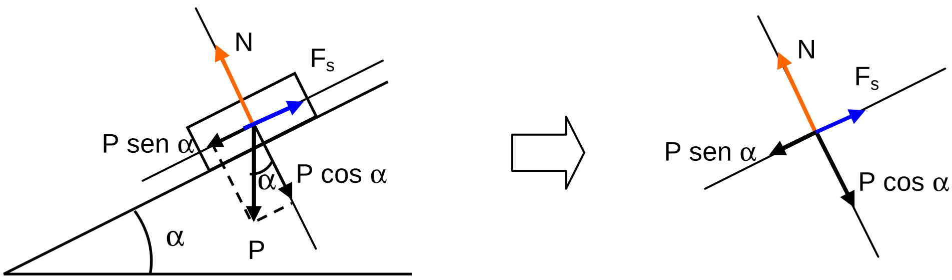
Ejemplo 2

Se sitúa un cuerpo sobre un plano inclinado 25^0. Discutir cuál ha de ser el valor del coeficiente de rozamiento estático para que no deslice.

Comentar el tipo de movimiento que llevará el cuerpo en caso de deslizamiento.

Solución:

El diagrama de fuerzas para el cuerpo situado sobe el plano será:



Por lo tanto según el eje x actúan dos fuerzas en sentido contrario, la fuerza de rozamiento estática y la componente del peso según esa dirección. Para que no haya movimiento deberá de cumplirse:

$$p \text{ sen } \alpha - F_s = 0 \; ; \; F_s = m \, g \text{ sen } \alpha$$

La fuerza de rozamiento estática no tiene valor definido y ajusta su valor al de la fuerza aplicada que tiende a poner el cuerpo en movimiento. Ahora bien, puede crecer hasta un valor máximo dado por:

$$F_s = \mu_s \, N = \mu_s \, m \, g \cos \alpha$$

Si la fuerza aplicada (componente del peso que tiende a que el peso deslice hacia abajo) adquiere un valor superior, entonces el cuerpo deslizará. Por tanto, podremos escribir:

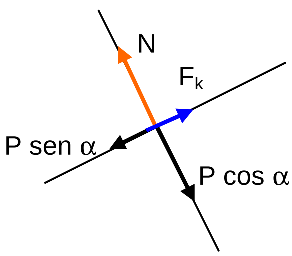
Si : $m \, g \text{ sen } \alpha \leq \mu_s \, m \, g \cos \alpha$ ***el cuerpo no desliza, permanecerá en reposo sobre el plano***

Operando: $m \, g \text{ sen } \alpha \leq \mu_s \, m \, g \cos \alpha \; ; \cancel{m \, g} \text{ sen } \alpha \leq \mu_s \, \cancel{m \, g} \cos \alpha \; ;$ $\boxed{\mu_s \geq \tan \alpha}$

Por tanto podemos concluir :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Si } \; \mu_s \geq \tan \alpha \; \text{ el cuerpo no desliza} \\ \text{Si } \; \mu_s < \tan \alpha \; \text{ el cuerpo desliza} \end{array}}$$

En el momento en el que el cuerpo comienza a deslizar comienza a actuar la fuerza de rozamiento cinética**,** inferior a la estática, con lo que aparece una fuerza neta hacia abajo que hace que el cuerpo descienda con movimiento uniformemente acelerado:



$$\text{Eje Y: } N - P \cos \alpha = 0 \; ; \; N = m \, g \cos \alpha$$

$$\text{Eje X: } P \text{ sen} \alpha - F_k = m \, a$$

$$a = \frac{P \text{ sen} \alpha - F_k}{m} = \frac{m \, g \text{ sen } \alpha - \mu_k \, N}{m} = \frac{\cancel{m} \, g \text{ sen } \alpha - \mu_k \, \cancel{m} \, g \cos \alpha}{\cancel{m}}$$

$$\boxed{a = g \, (\text{sen } \alpha - \mu_k \cos \alpha)}$$

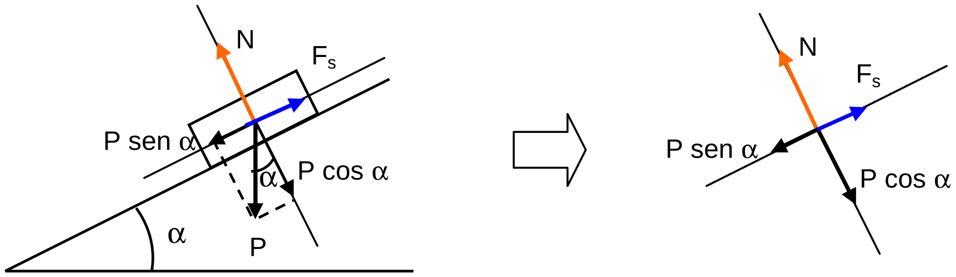
Ejemplo 3

Un cuerpo de masa 300 g se encuentra apoyado en un plano inclinado 15 ^{0}. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0,40 y el cinético 0,30.

a) Comentar si el cuerpo deslizará por el plano o permanecerá quieto.
b) Si no desliza comentar qué se podría hacer para que bajara y calcular entonces la aceleración con la que desciende.

Solución:

a) El diagrama de fuerzas será:



La fuerza de rozamiento estática puede tomar un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s$ N = μ_s m g cos α = 0,40 . 0,300 kg .10 m/s^2 cos 15 ^{0} = 1,16 N

La fuerza que tiende a hacerlo deslizar vale:

P sen α = m g sen α = 0,300 kg. 10 m/s^2 sen 15 ^{0} = 0,78 N

Por tanto la fuerza de rozamiento estática puede compensar a la componente del peso (la fuerza de rozamiento estática adquirirá un valor de 0,78 N) y ***el cuerpo no deslizará.***

b) Para que el cuerpo descienda la componente del peso deberá ser mayor que el valor máximo de la fuerza de rozamiento estática (ver ejemplo anterior). Cuando sea igual se cumplirá:

P sen α = F_s

$$\cancel{m}\ \cancel{g}\ \text{sen}\,\alpha = \mu_s\ \cancel{m}\ \cancel{g}\ \cos\alpha$$

$$\mu_s = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\,\alpha$$

Por tanto cuando tg α= 0,40 ; α = 21,8 ^{0}

Si el plano se inclina hasta este ángulo, el cuerpo (en teoría) no deslizaría, aunque bastaría tocarlo o una pequeña vibración para que se rompiera el equilibrio y comenzara a moverse. Si el ángulo supera este valor la fuerza de rozamiento estática no puede compensar a la componente del peso y el cuerpo comenzaría a deslizar.

Imaginemos que inclinamos el plano hasta 30 ^{0}.

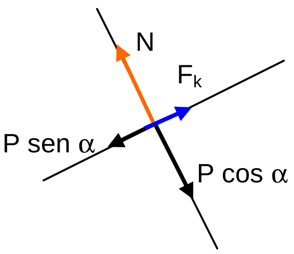
La fuerza de rozamiento estático tendrá ahora un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s$ N = μ_s m g cos α = 0,40 . 0,300 kg .10 m/s^2 cos 30 ^{0} = 1,04 N

Y la componente del peso paralela al plano valdrá:

P sen α = m g sen α = 0,300 kg. 10 m/s^2 sen 30 ^{0} =1,50 N

Su valor es superior al valor máximo que puede adquirir la fuerza de rozamiento estático. Por tanto la fuerza de rozamiento estática no puede compensar la componente del peso y el cuerpo deslizará:



$$\text{Eje Y}:\ N - P\cos\alpha = 0;\ N = m\,g\cos\alpha$$

$$\text{Eje X}:\ P\,\text{sen}\,\alpha - F_k = m\,a$$

$$a = \frac{P\,\text{sen}\,\alpha - F_k}{m} = \frac{m\,g\,\text{sen}\,\alpha - \mu_k\,N}{m} = \frac{\cancel{m}\ g\,\text{sen}\,\alpha - \mu_k\ \cancel{m}\ g\cos\alpha}{\cancel{m}}$$

$$a = g\,(\text{sen}\,\alpha - \mu_k\,\cos\alpha) = 10\,\frac{m}{s^2}\,(\text{sen}\,30^0 - 0{,}30\cos 30^0) = 2{,}40\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3

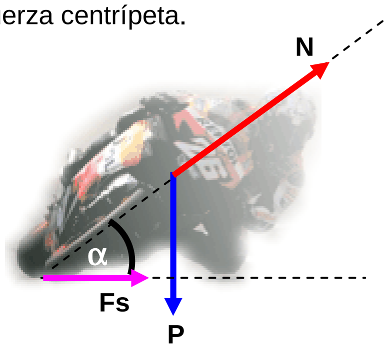
Estudiar las fuerzas actuantes sobre un motorista que toma una curva, los factores que intervienen y cómo influyen en la velocidad máxima a la que se puede tomar la curva.

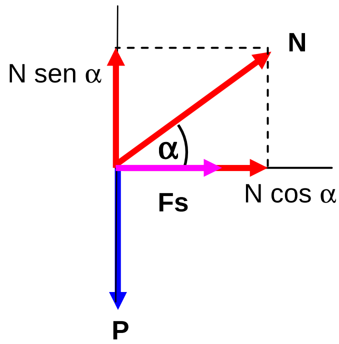
Solución:

Para que un motorista describa una curva debe existir una fuerza dirigida hacia el centro de la misma (fuerza centrípeta) que sea la responsable del cambio en la dirección de la velocidad (aceleración centrípeta). Si dicha fuerza no existe, o es insuficiente, no se podrá curvar la trayectoria y será imposible tomar la curva.

La fuerza centrípeta es suministrada por el rozamiento de los neumáticos contra el suelo (ver figura). La fuerza de rozamiento que se muestra es una fuerza de rozamiento estática, ya que fija instantáneamente el neumático al suelo impidiendo que deslice hacia el exterior de la curva. En consecuencia esta fuerza podrá tomar como máximo el valor: $F_s = \mu_s N$.

Normalmente existe una fuerza adicional que contribuye a la fuerza centrípeta y es la componente de la normal que aparece como consecuencia de la inclinación del motorista (ver diagrama de fuerzas) Con este gesto (inclinarse hacia el interior de la curva) se logra aumentar considerablemente la fuerza centrípeta.





Eje Y:

$$N\,\text{sen}\,\alpha - m\,g = 0;\quad N = \frac{m\,g}{\text{sen}\,\alpha}$$

Eje X : Para describir la curva debe cumplirse $F_N = m \,.\, a_N$

$$N\cos\alpha + F_s = m\,a_n\,;\quad N\cos\alpha + F_s = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$N\cos\alpha + \mu_s\,N = m\,\frac{v^2}{R}\,;\quad N\,(\,\cos\alpha + \mu_s\,) = m\,\frac{v^2}{R}$$

Sustituyendo el valor de N llegamos a la siguiente expresión para el cálculo de la velocidad:

$$N\,(\,\cos\alpha + \mu_s\,) = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{\cancel{m}\,g}{\text{sen}\alpha}\,(\,\cos\alpha + \mu_s\,) = \cancel{m}\,\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\text{sen}\alpha}\right)}$$

Como se puede ver la máxima velocidad depende del radio de la curva, del ángulo de inclinación y del coeficiente de rozamiento estático. Si suponemos una curva cerrada (R = 30 m), que el máximo ángulo de inclinación es de 40 ^{0} y un coeficiente estático de rozamiento de 0,80:

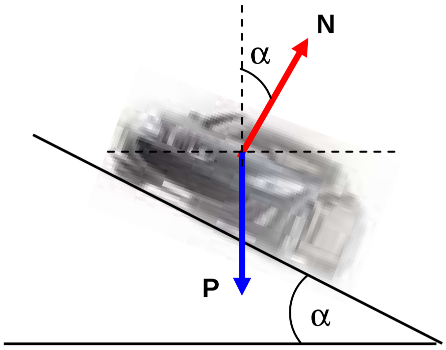
$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\text{sen}\alpha}\right)} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\left(\frac{\cos 40^0 + 0{,}80}{\text{sen}40^0}\right)} = 27{,}0\,\frac{m}{s} = 97{,}3\,\frac{km}{h}$$

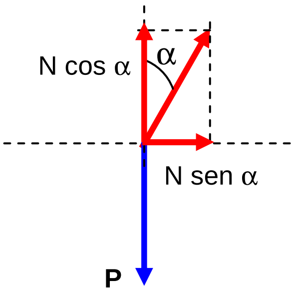
Es conocido que con el paso de la carrera los neumáticos se degradan (desgaste, derrapes, funcionamiento a temperatura inadecuada...) razón por la cual el coeficiente de rozamiento se verá afectado. Para la misma curva si suponemos que el coeficiente de rozamiento disminuye hasta un valor de 0,50 la máxima velocidad con la que hay garantías de poder describir la curva desciende hasta los 24,3 m/s. Esto es 87,5 km/h.

Ejemplo 4.

Peralte de curvas.

Las curvas se peraltan para aumentar la seguridad, de tal manera, que se pueda dar la curva aún en ausencia total de rozamiento (carretera helada). Como se observa en el dibujo al peraltar la curva la reacción del plano N, posee una componente que apunta en la dirección del centro de la trayectoria con lo que se suministra una fuerza centrípeta (N sen α) capaz de curvar la trayectoria del automóvil.





EjeY :

$$N\cos\alpha - m\,g = 0\,;\ N = \frac{m\,g}{\cos\alpha}$$

Eje X:

$$N\,\text{sen}\,\alpha = m\,a_N = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{\cancel{m}\,g}{\cos\alpha}\,\text{sen}\,\alpha = \cancel{m}\,\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\,\text{tg}\,\alpha}$$

Como se puede ver la velocidad depende ahora del ángulo de peralte y del radio de la curva. Por ejemplo para una curva de 30 m de radio y un ángulo de peralte de 10 ^{0} podríamos dar la curva, con una fuerza de rozamiento nula, si vamos a una velocidad máxima de:

$$v = \sqrt{g\,R\,\text{tg}\,\alpha} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\,\text{tg}\,10^0} = 7{,}3\,\frac{m}{s} = 26{,}3\,\frac{km}{h}$$

Si existe rozamiento al aumentar la fuerza centrípeta aumentará también la velocidad con la que se puede describir la curva.