Dpto. Física y Química	**DINÁMICA**	**IES La Magdalena. Avilés. Asturias**

La Dinámica es una parte de la Física que estudia las acciones que se ejercen sobre los cuerpos y la manera en que estas acciones influyen sobre el movimiento de los mismos.

¿Por qué un cuerpo modifica su velocidad?

- ***Un cuerpo modifica su velocidad si sobre él se ejerce una acción externa.***

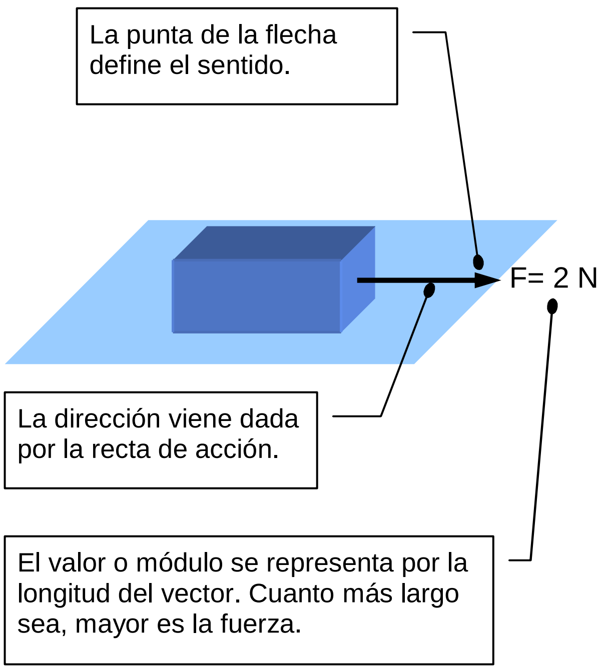
  Las acciones externas se representan por fuerzas.

  La variación de la velocidad viene medida por la aceleración.

- ***Luego si sobre un cuerpo se ejerce una fuerza, éste modifica su velocidad. Las fuerzas producen variaciones en la velocidad de los cuerpos. Las fuerzas son las responsables de las aceleraciones.***

  La unidad de fuerza usada en el S.I. es el Newton (N)

Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30^0… y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo… Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos información sobre su valor (módulo), dirección y sentido. Por eso se representan por flechas (**vectores**)



¿Cómo se pueden determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

La respuesta es muy sencilla:

Se determinan las acciones externas sobre el cuerpo. Cada acción se representa por una fuerza.

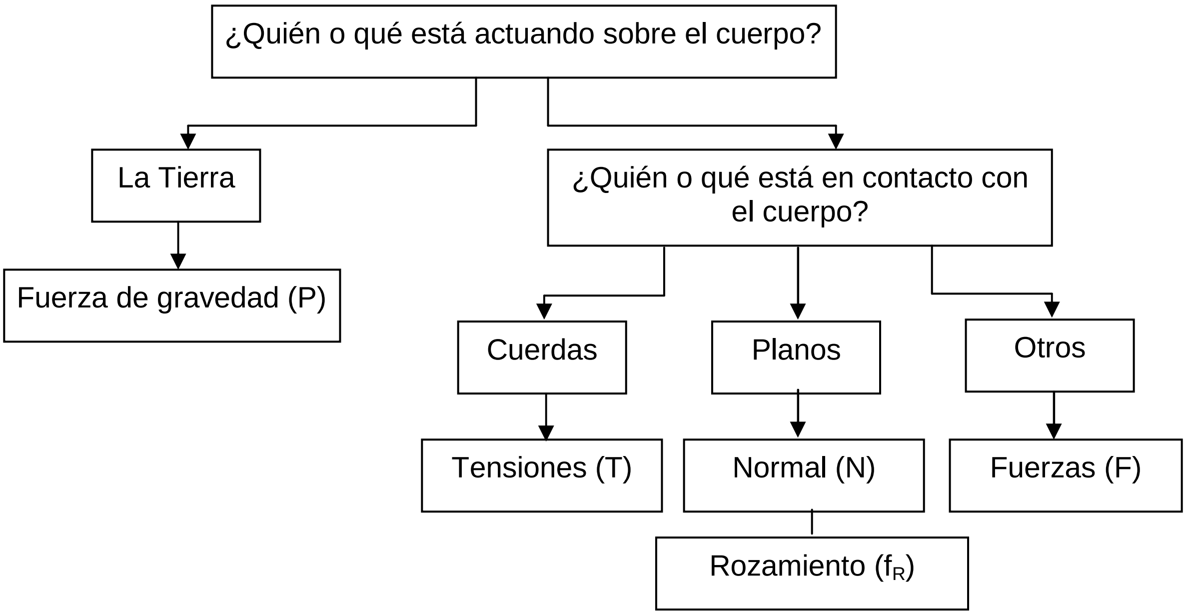
Hay que tener claro que sobre un cuerpo se actúa mediante contacto físico con él (empujándolo, tirando con una cuerda…) y una vez que deja de existir el contacto, cesa la acción y, por tanto, la fuerza deja de actuar.

De esta regla tenemos que hacer (en este curso) una excepción: la gravedad. Como consecuencia de que vivimos en el planeta Tierra, éste ejerce una atracción sobre los cuerpos. La fuerza de gravedad actúa siempre.

Algunas fuerzas reciben nombres especiales:

La fuerza ejercida por cuerdas: **tensión(T)**
La fuerza ejercidas por el plano en que se apoya el cuerpo**: normal (N)**. Reciben este nombre porque se ejercen siempre **perpendicularmente al plano**.

Esquema para determinar las fuerzas actuantes sobre un cuerpo

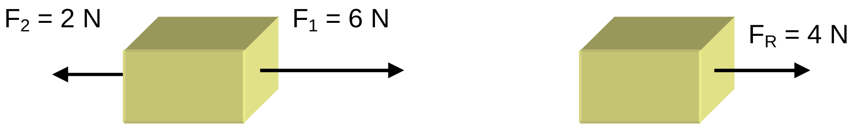


¿Qué ocurre si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza?

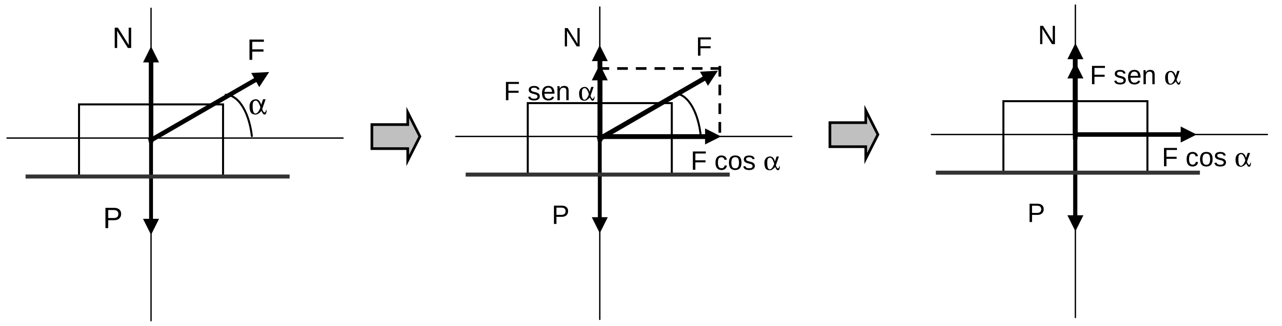
Podemos obtener sólo una que produzca el mismo efecto que todas actuando a la vez. Esto se consigue sumando las fuerzas actuantes. ¿Cómo?

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido**: se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de las actuantes.

- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario**: se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el signo resultante: si es positivo apunta en el sentido que se ha considerado como tal y si es negativo en sentido contrario.



Si sobre el cuerpo que consideramos actúan fuerzas que forman cierto ángulo con la dirección del desplazamiento, lo mejor es recurrir a la descomposición del vector para obtener dos fuerzas perpendiculares equivalentes a la fuerza aplicada:



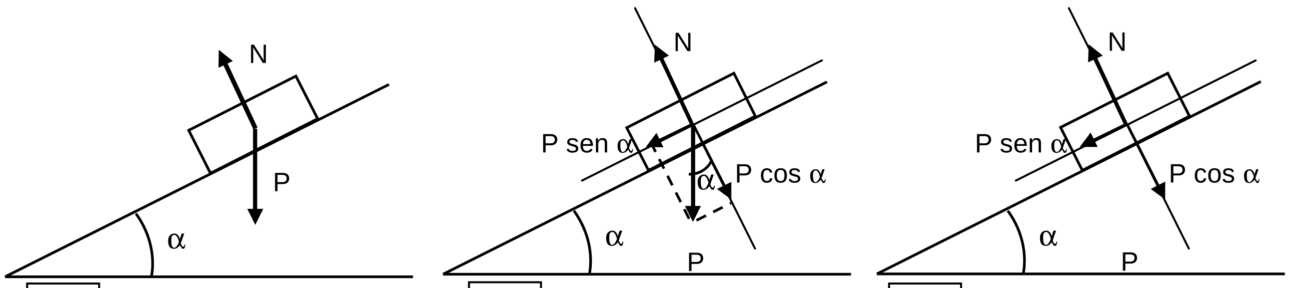
De esta manera el problema se reduce a considerar fuerzas que actúan en la misma dirección.

Los ejes sobre los cuales se realiza la descomposición de la fuerza deben elegirse siguiendo las siguientes recomendaciones:

- Uno de los ejes (llamémosle eje "horizontal" o eje X) deberá tener la dirección de la velocidad del objeto.
- El otro eje (eje Y) debe ser perpendicular al primero.

Ejemplo 1

Cuerpo que baja deslizando por un plano inclinado (rozamiento nulo)



1

Determinar las fuerzas actuantes.

2

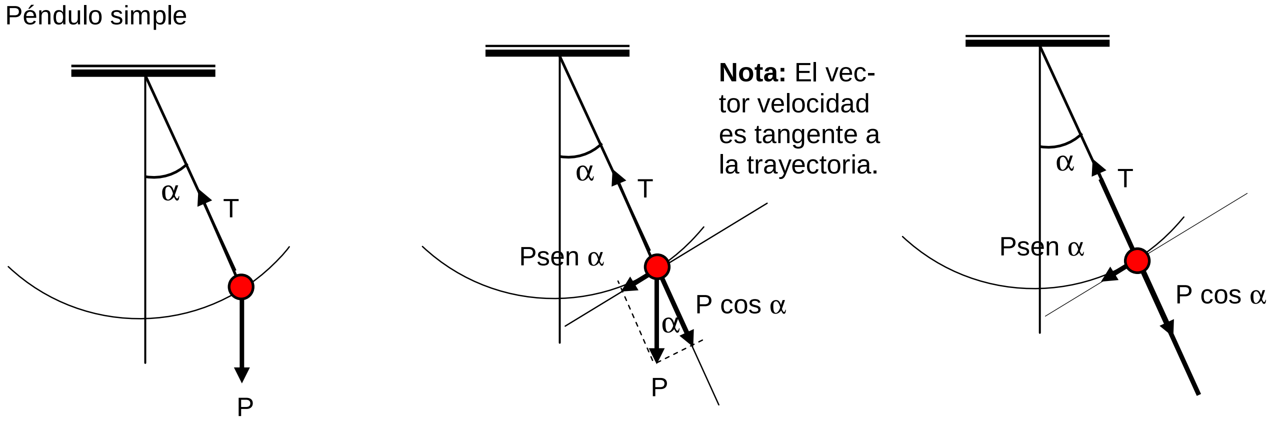
Dibujar los ejes y descomponer las fuerzas que no coincidan con ellos.

3

Considerar las fuerzas actuantes según los ejes X e Y.

Ejemplo 2

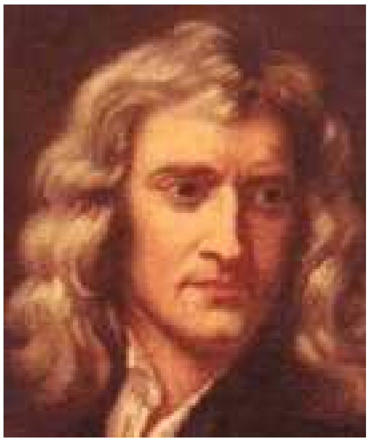
Péndulo simple



1 **2** **3**

Leyes de Newton

Isaac Newton (1642 – 1727), publicó en 1687 en un libro fundamental titulado **“Principios matemáticos de la Filosofía Natural”** las conocidas como Leyes de la Dinámica o Leyes de Newton.



Isaac Newton (1642-1727)

Primera Ley de Newton o Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o todas las que actúan se anulan dando una resultante nula, **el cuerpo no variará su velocidad.** Esto es: si está en reposo, seguirá en reposo; si se mueve, se seguirá moviendo con movimiento rectilíneo y uniforme (v =cte)

Reposo y movimiento rectilíneo y uniforme son estados de equilibrio del cuerpo y son físicamente equivalentes.

2ª Ley de Newton o Principio Fundamental de la Dinámica

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, **dicho cuerpo modificará su velocidad (tendrá aceleración).** Fuerza aplicada y aceleración producida son proporcionales y están relacionadas de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\boxed{\vec{F}_{Res} = m\,\vec{a}} \qquad \textbf{(1)}$$

Por tanto ***fuerza resultante y aceleración producida tiene la misma dirección y sentido.***

La masa es considerada como una propiedad de los cuerpos que mide su inercia o la resistencia que éstos oponen a variar su velocidad.

Partiendo del principio Fundamental de la Dinámica podemos deducir la 1ª Ley.

Si la fuerza resultante que actúa es nula: F = 0, sustituyendo en la ecuación tenemos:

$$0 = m \cdot a$$

Como la masa de un cuerpo material no puede ser nula, deberá cumplirse que a = 0, o lo que es lo mismo, el cuerpo no modificará su velocidad.

A partir de la ecuación (1) podemos definir la unidad de fuerza S.I, el newton, como la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de 1 kg para que adquiera una aceleración de 1 m/s^2.

3ª Ley de la Dinámica o Principio de Acción – Reacción

Si un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (que podemos llamar **acción**), el otro ejerce sobre éste una igual y contraria (llamada **reacción**).

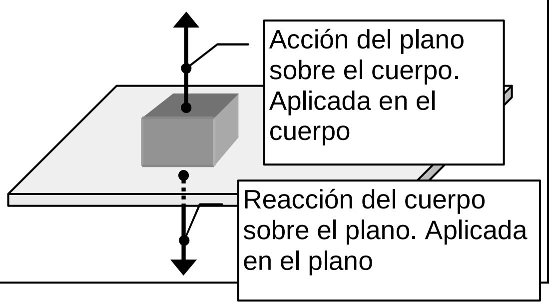
Las fuerzas de acción y reacción son iguales, con la misma dirección y sentidos contrarios, **pero no se anulan nunca al estar aplicadas sobre cuerpos distintos**.

De la 3ª Ley se deduce que más que de acciones (fuerzas) se debería de hablar de **interacciones** o acciones mutuas (el cuerpo A ejerce una acción sobre el B y el B ejerce otra, igual y contraria sobre el A)

Ejemplo.

Un cuerpo apoyado sobre un plano.

El plano ejerce sobre el cuerpo una fuerza (N), el cuerpo ejerce sobre el plano otra igual y contraria (no se ha dibujado la fuerza de gravedad)



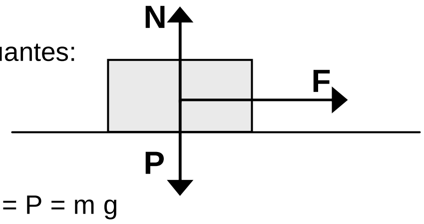
Ejemplo 1

De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

a) Calcular la aceleración con la que se mueve.
b) ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Solución

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

Eje X: F = m a ; $a = \frac{F}{m} = \frac{2\,N}{0{,}5\,kg} = \frac{2\,\cancel{kg}\,m/s^2}{0{,}5\,\cancel{kg}} = 4\,m/s^2$

b) Como resultado de la acción de la fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración constante igual a 4 m/s^2. Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado de ecuaciones:

$v = 4\,t$; $s = 2\,t^2$

Luego la velocidad al cabo de 2,3 s valdrá: $v_{(t = 2,3)} = 4 \cdot 2{,}3 = 9{,}2$ m/s

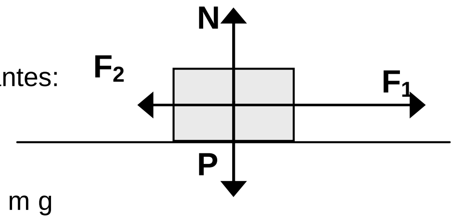
Ejemplo 2

Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve.
b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Solución:

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

b) **Eje X :** $F_1 - F_2 = m\,a$; $a = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{(3-1)\,N}{0{,}250\,kg} = 8\,m/s^2$

c) Según la primera ley de Newton para que un cuerpo se mueva con velocidad constante la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe de ser nula:

La resultante de las que actúan según el eje Y es nula ya que : **:** N – P = 0

Para que sea nula la de las que actúan según el eje X habrá de cumplirse: $F_1 - F_2 = 0$. Por tanto: $F_1 = F_2 = 1$ N.

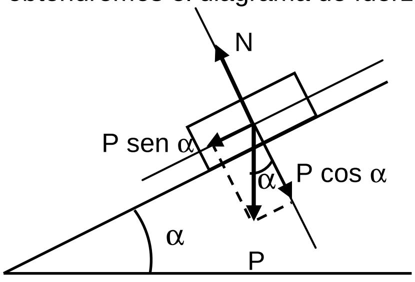
¿Cómo se conseguir que el cuerpo se mueva con velocidad constante de 1 m/s^2?
Si suponemos que el cuerpo parte del reposo aplicaríamos una fuerza F_1 superior a F_2 con lo cual el cuerpo aceleraría. Cuando su velocidad fuera de 1 m/s^2 disminuiríamos el valor de F_1 hasta 1N y a partir de ahí la velocidad se mantendría invariable.

Ejemplo 3

Un cuerpo baja deslizando por un plano inclinado 30^0. Describir el movimiento de descenso suponiendo rozamiento nulo.

Solución:

Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1.



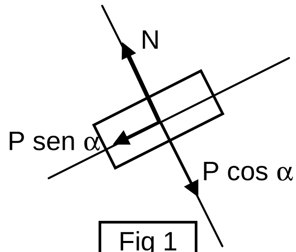


Fig 1

Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.**

De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α. Observar que la reacción del plano sobre el cuerpo ***no es igual al peso.***

Eje X : **P sen α = m a.**

De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo descenderá con una aceleración dada por:

$$a = \frac{\cancel{m}\ g \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{m}} = g \operatorname{sen}\alpha$$

Como se observa la aceleración es constante y sólo depende del ángulo de inclinación del plano (es independiente de la masa del cuerpo). Para el caso planteado :

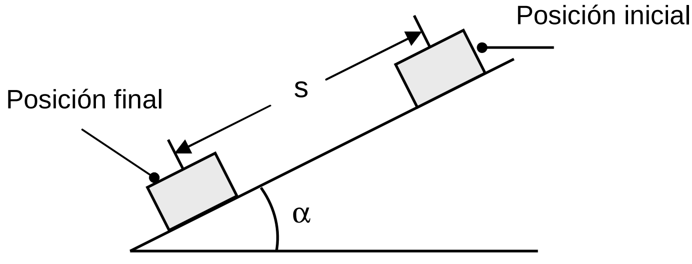
$$a = g \operatorname{sen}\alpha = 10\ \frac{m}{s^2} \operatorname{sen} 30^0 = 5\ \frac{m}{s^2}$$

Por tanto el cuerpo desciende con movimiento uniformemente acelerado (a = 5 m/s²)

Ecuaciones del movimiento:

v = 5 t ; s = 2,5 t²

Se supone que el cuerpo parte del reposo ($v_0 = 0$) y la distancia "s" está medida sobre el plano tomando como origen el punto de partida.



Podría calcularse, por ejemplo, la velocidad que llevará cuando llegue al final del plano, suponiendo que éste tenga una longitud de 60 cm.

Cuando llegue al final s = 0,60 m. Por tanto: $0,60 = 2,5\ t^2$; t = 0,50 s (tiempo que tarda en llegar al final del plano).

La velocidad al final del plano será: $v_{(t = 0,50)} = 5 \cdot 0,50 = 2,5$ m/s

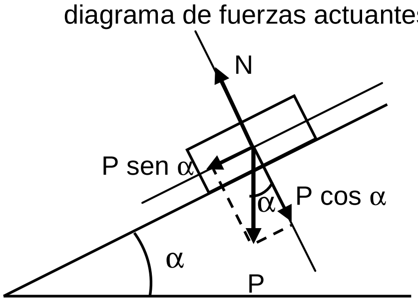
Ejemplo 4

Un cuerpo es lanzado hacia arriba por un plano inclinado 20^0 con una velocidad de 2,6 m/s. Suponiendo rozamiento nulo:

a) Describir el movimiento del cuerpo y escribir las ecuaciones correspondientes.
b) Calcular la distancia recorrida (medida sobre el plano) cuando se encuentre en el punto más alto de la trayectoria.
c) Calcular la altura máxima alcanzada sobre el plano.

Solución:

a) Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1. Observar que el diagrama de fuerzas actuantes es idéntico al del ejemplo anterior.



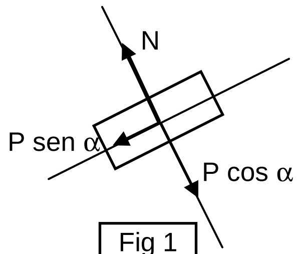


Fig 1

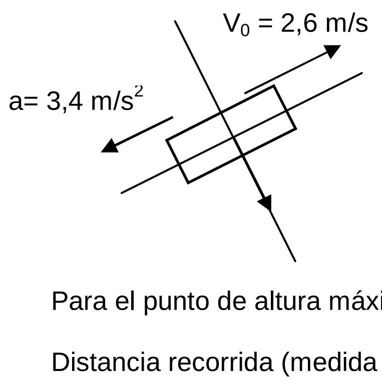
Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.** De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α.

Eje X : **P sen α = m a.** De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo estará sometido a una aceleración ***hacia abajo*** (ya que la aceleración lleva la dirección y sentido de la fuerza) dada por:

$$a = g\,\text{sen}\,\alpha = 10\,\frac{m}{s^2}\,\text{sen}\,20^0 = 3,4\,\frac{m}{s^2}$$

b) Si ahora hacemos un análisis del movimiento del cuerpo y suponiendo sentido positivo hacia arriba y negativo hacia abajo (ver figura), podemos escribir las ecuaciones correspondientes:



$$\boxed{\begin{array}{l} v = 2,6 - 3,4\ t \\ s = 2,6\ t - 1,7\ t^2 \end{array}}$$

Podemos describir el movimiento del cuerpo diciendo que este ascenderá con velocidad decreciente hasta que pare y, a continuación, descenderá por el plano aumentando su velocidad .

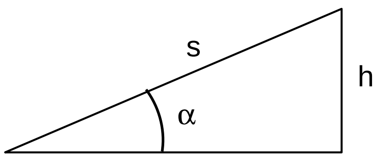
Para el punto de altura máxima v = 0 :

$$0 = 2,6 - 3,4\ t\ ;\ t = \frac{2,6}{3,4} = 0,76\ s$$

Distancia recorrida (medida sobre el plano):

$$s_{(t=0,76)} = 2,6\ .0,76 - 1,7.\ 0,76^2 = 1,0\ m$$

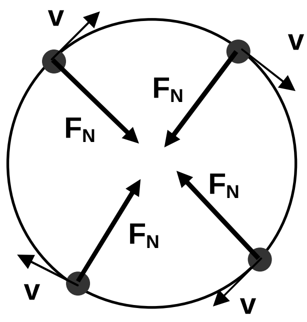
Altura máxima alcanzada:



$$\text{sen}\ \alpha = \frac{h}{s}\ ;\ \ h = s\ \text{sen}\ \alpha = 1,0\ m\ .\ \text{sen}\ 20^0 = 0,34\ m$$

Dinámica del movimiento circular uniforme

Para que un punto describa un movimiento circular uniforme se requiere que la dirección del vector velocidad varíe continuamente. ***Un movimiento de este tipo tiene, por tanto, aceleración normal o centrípeta.***



Según la segunda ley de Newton las causas de las aceleraciones son las fuerzas. Por tanto, ***para que un punto describa un movimiento circular y uniforme, debe de existir una fuerza (responsable de la aceleración centrípeta) que apunte continuamente hacia el centro, la fuerza centrípeta.***

En un movimiento circular y uniforme debe cumplirse por tanto:

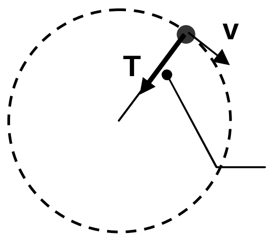
$$\left.\begin{aligned} F_N &= m\, a_N \\ a_N &= \frac{v^2}{R} = \omega^2\, R \end{aligned}\right\} \quad \boxed{F_N = m\,\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2\, R}$$

La fuerza centrípeta no es una fuerza adicional. Hace este papel alguna de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y que se pueden deducir a partir de la consideración de las acciones ejercidas.

Algunos ejemplos:

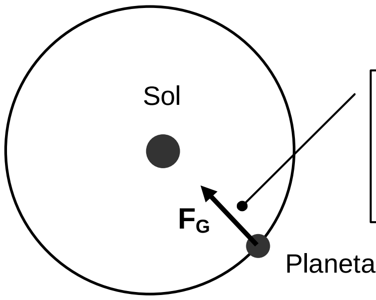
- Una bola que gira sobre una mesa atada a una cuerda, describe una circunferencia gracias a la tensión de la cuerda que apunta constantemente hacia el centro (fuerza centrípeta). Esta fuerza es la responsable del continuo cambio en la dirección del vector velocidad.

Vista cenital (tomada desde arriba) de una bola que gira sobre una mesa atada a una cuerda



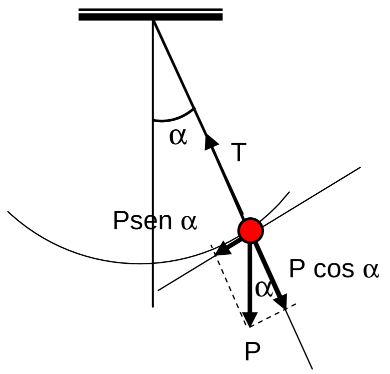
La tensión de la cuerda es la fuerza centrípeta en este ejemplo.

- Los planetas orbitan alrededor del Sol en órbitas aproximadamente circulares. La fuerza centrípeta responsable de esta trayectoria es la fuerza de atracción gravitatoria entre el Sol y los planetas. Esta fuerza está dirigida siempre hacia el centro (aproximado) de la órbita.



La fuerza de gravedad entre el Sol y el planeta suministra la fuerza centrípeta necesaria para curvar la trayectoria del planeta.

- Cuando un péndulo oscila, describe un arco debido a la fuerza centrípeta resultante de la tensión y la componente del peso que actúa según esa dirección. La otra componente del peso está dirigida en la dirección de la tangente y es la responsable de la aceleración tangencial (de ahí que el péndulo describa el arco con velocidad variable en módulo).

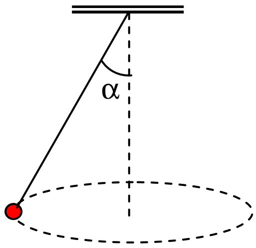


$F_N = T - P\cos\alpha$ Fuerza normal o centrípeta

$Ft = P\ \mathrm{sen}\alpha$ Fuerza tangencial

Ejemplo 5

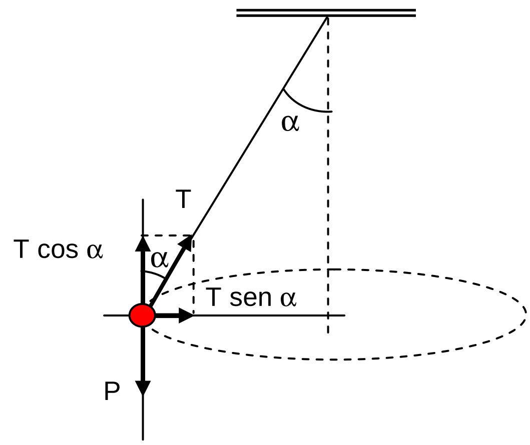
La figura muestra un montaje conocido con el nombre de "péndulo cónico". Una pequeña esfera colgada de un hilo describe una circunferencia horizontal. Analizar las fuerzas actuantes y describir el movimiento de la esfera.



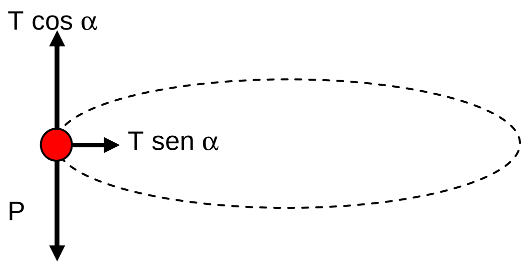
Solución:

Sobre la esfera sólo actúan dos fuerzas, el peso (P) y la tensión (T) de la cuerda (si se considera nulo el rozamiento con el aire).

A la hora de considerar los ejes según los cuales se van a descomponer las fuerzas hay que tener en cuenta que **cuando la trayectoria seguida por el cuerpo es una curva, conviene tomar uno de los ejes en la dirección que apunta hacia el centro de la trayectoria**. El otro eje será perpendicular a éste.



El diagrama de fuerzas se reduce al mostrado a la derecha. **La componente de la tensión que apunta hacia el centro es la fuerza centrípeta**, responsable de la variación de la dirección del vector velocidad (aceleración centrípeta). Por tanto podremos escribir:



Eje X: $T \operatorname{sen} \alpha = m\, a_N = (m\, v^2) / R$

Eje Y : $T \cos \alpha - P = 0$; $T \cos \alpha - m\, g = 0$

Si consideramos nulo el rozamiento con el aire, no existe ninguna fuerza que actúe en la dirección de la velocidad (tangente a la trayectoria). Así que ésta no modificará su módulo (situación ideal, no real). En consecuencia, la esfera describirá una trayectoria circular con velocidad constante.

NOTA
Es evidente que en un experimento real existirá rozamiento con el aire. La fuerza de rozamiento (no conservativa) transformará parte de la energía cinética en calor lo que provocará que el ángulo que forma el péndulo con la vertical vaya haciéndose cada vez menor.

Podemos determinar de forma bastante sencilla la tensión de la cuerda y la velocidad de la esfera midiendo únicamente el ángulo del péndulo y el radio de la circunferencia. Efectivamente, de la ecuación planteada en el eje Y obtenemos:

$$T = \frac{m\,g}{\cos\alpha}$$

La tensión aumenta cuando lo hace el ángulo (ya que el coseno disminuye)

Combinando el resultado anterior con la ecuación planteada en el eje X, tenemos:

$$\frac{m\,g}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = \frac{m\,v^2}{R}$$

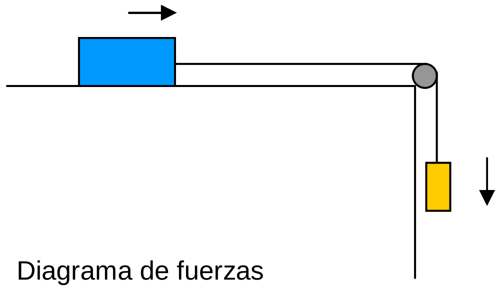
$$m\,g\,\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{m\,v^2}{R}$$

$$\cancel{m}\;g\,\operatorname{tg}\alpha = \frac{\cancel{m}\;v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R\,g\,\operatorname{tg}\alpha}$$

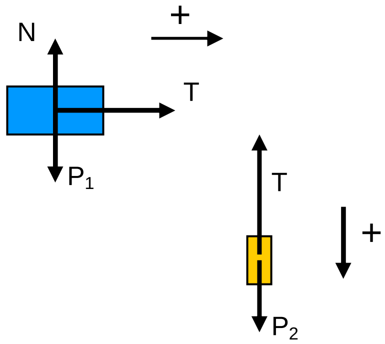
Ejemplo 6

El esquema muestra un montaje de laboratorio que consiste en dos cuerpos unidos por una cuerda (cuya masa, como la de la polea, se supone despreciable). Si se suponen rozamientos nulos y el cuerpo que desliza sobre la mesa tiene una masa de 100 g y el que pende de la cuerda 200 g. Estudiar el movimiento del sistema.



Solución:

Diagrama de fuerzas



La situación planteada es un ejemplo típico de problemas con ***masas enlazadas***. Para resolver este tipo de problemas hay que obtener el diagrama de fuerzas de cada uno de los cuerpos implicados y ***considerar como positivo uno de los posibles sentidos en los que puede moverse el sistema .***

Serán positivas las fuerzas que apuntan en el sentido considerado como positivo y negativas las que lo hacen en sentido contrario.

En el esquema de la derecha se ha considerado positivo que el cuerpo que desliza lo haga hacia la derecha y el que cuelga de la cuerda se mueva hacia abajo.

Según este convenio podríamos escribir:

Cuerpo que desliza sobre la mesa:

Eje X : $T = m_1\ a$ (1)

Eje Y : $N - P_1 = 0$ (2)

Cuerpo que cuelga:

$P_2 - T = m_2\, a$ (3)

Combinando la ecuación (1) y la (3):

$$m_2\, g - m_1\, a = m_2 a\ ; \quad a = \frac{m_2\, g}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}200\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{m}{s^2}}{0{,}300\ \cancel{kg}} = 6{,}67\ \frac{m}{s^2}$$

Ambos cuerpos se mueven con un movimiento uniformemente acelerado ($a = 6{,}67\ m/s^2$)

Si queremos calcular la tensión que soporta la cuerda, a partir de (1) se tiene:

$T = 0{,}100\ kg\ \ 6{,}67\ m/s^2 = 0{,}667\ N = 0{,}67\ N$

Podemos escribir las ecuaciones para el movimiento de ambos cuerpos:

$$\boxed{\begin{array}{l} v = 6{,}67\ t \\ s = 3{,}34\ t^2 \end{array}}$$

Las ecuaciones sirven para cualquiera de los dos cuerpos si las aplicamos en la dirección del movimiento de cada uno de ellos (horizontal para el cuerpo 1 y vertical para el 2). ***La conclusión puede ser que ambos cuerpos se mueven como si se tratara de un cuerpo único.***

De la expresión de la aceleración obtenida más arriba obtenemos:

$$a = \frac{m_2\, g}{m_1 + m_2}\ ; m_2\ g = a\,(m_1 + m_2)$$

$$\boxed{P_2 = (m_1 + m_2)\ a}$$

La situación, por tanto, ***equivale a considerar un único cuerpo de masa igual a la suma de la masa de ambos cuerpos y sometido a una fuerza igual a P_2, o fuerza resultante de todas las que actúan sobre el sistema,*** ya que las tensiones, al ser iguales y de sentido contrario, se anularían.