

## CORRIENTE CONTÍNUA (II) GENERADORES Y MOTORES

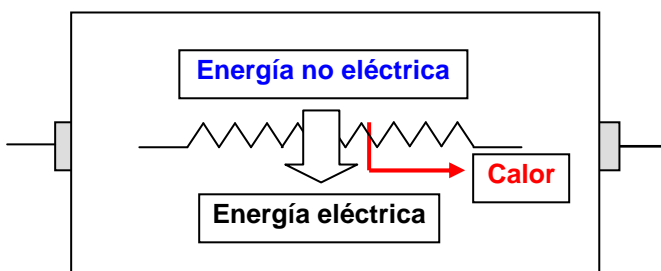
IES La Magdalena.  
Avilés. Asturias

En un circuito se pueden intercalar, además de resistencias, elementos activos tales como generadores y motores.

**Los generadores (o pilas) son unos aparatos capaces de transformar energía no eléctrica en energía eléctrica, mientras que los motores transforman la energía eléctrica en energía mecánica, utilizable de mil formas diferentes: hacer girar el tambor de una lavadora, las aspas de un ventilador ...**

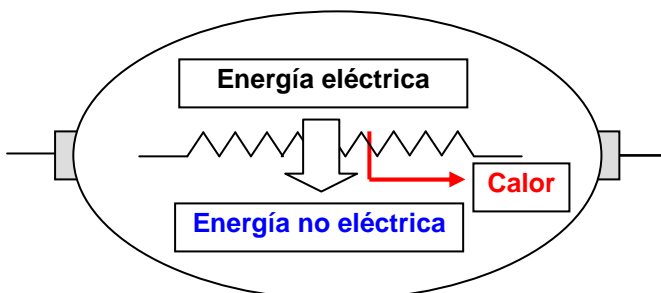
En ambos casos las cargas eléctricas han de circular por su interior atravesando diversos materiales conductores que opondrán cierta resistencia (resistencia interna) e, indefectiblemente, se calentarán transformando parte de la energía eléctrica en calor.

Esquema de un **generador**



**Un generador transforma energía no eléctrica en energía eléctrica.** que las cargas transportarán al circuito. Como las cargas han de atravesar elementos materiales en el interior del generador, parte de la energía generada no saldrá al circuito, se disipa en la resistencia interna en forma de calor.

Esquema de un **motor**



**Un motor transforma energía eléctrica, que absorbe de la red, en energía no eléctrica que puede ser aprovechada para realizar distintos trabajos.**

Como la corriente eléctrica debe circular en su interior a través de estructuras materiales, parte de la energía eléctrica absorbida no se aprovecha como energía mecánica, sino que se disipa como calor en su resistencia interna.

### Generadores

¿Cuánta energía es capaz de suministrar un generador a las cargas?

Depende. Cada generador tiene unas especificaciones. **La magnitud que determina la cantidad de energía que es capaz de suministrar se denomina fuerza electromotriz, E. Se define la fuerza electromotriz de un generador como la energía suministrada por unidad de carga:**

$$E = \frac{W}{q}$$

**La unidad de fuerza electromotriz (fem) S.I. es el voltio (V)**

Más que la energía generada se usa la **potencia del generador ( $P_g$ )** o rapidez con la cual es capaz de suministrar energía a las cargas:

$$P_g = \frac{W}{t} = \frac{E q}{t} = E \frac{q}{t} = E I$$

La potencia consumida como calor en la resistencia interna del generador ( $r$ ) viene dada por:

$$P_r = I^2 r$$

En consecuencia la potencia útil ( $P_u$ ) la que sale al circuito será:

$$P_u = P_g - P_r = E I - I^2 r$$

Esta potencia también se puede calcular a partir de la expresión:

$$P_u = I V$$

Donde **V** será la **diferencia de potencial entre bornes del generador.**

**Motores**

¿Cuánta energía eléctrica es capaz de transformar en energía mecánica un motor?

Depende de una magnitud característica del motor llamada **fuerza contraelectromotriz E'**. Se define la fuerza contraelectromotriz de un motor como la energía no eléctrica obtenida por unidad de carga:

$$E' = \frac{W}{q}$$

La unidad de fuerza contraelectromotriz (fcem) S.I. es el voltio (V)

Más que la energía mecánica obtenida se usa la **potencia del motor, potencia útil (P<sub>u</sub>)** o rapidez con la cual es capaz de suministrar energía mecánica:

$$P_u = \frac{W}{t} = \frac{E' q}{t} = E' \frac{q}{t} = E' I$$

La potencia consumida como calor en la resistencia interna del motor (r) viene dada por:

$$P_r = I^2 r$$

La potencia eléctrica absorbida de la red será:

$$P_{abs} = I V$$

Donde V será la diferencia de potencial entre bornes del motor.

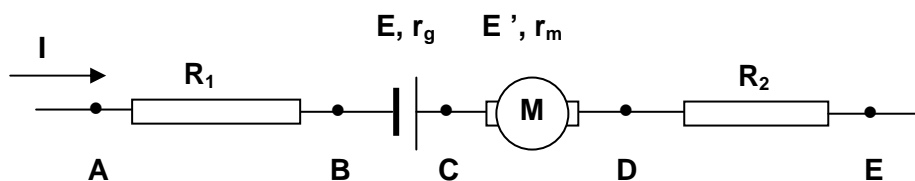
Por tanto la potencia mecánica obtenida o utilizable será :

$$P_u = P_{abs} - P_r = I V - I^2 r$$

Esta potencia también se puede calcular a partir de la expresión:

$$P_u = E' I$$

Podemos aplicar todo esto entre dos puntos A y E de un circuito en el que están conectados, además de dos resistencias R<sub>1</sub> y R<sub>2</sub>, una pila de fuerza electromotriz E y resistencia interna r<sub>g</sub> y un motor de fuerza contraelectromotriz E' y resistencia interna r<sub>m</sub>.



Entre A y E la potencia transportada por la corriente eléctrica valdrá:

$$P_{AE} = I (V_A - V_E)$$

En el generador se añade potencia eléctrica a las cargas:

$$P_g = I E$$

En varios puntos se consume potencia eléctrica:

- En el motor que obtiene energía mecánica: P<sub>u</sub> = I E'
- En las resistencias que disipan calor : P<sub>R</sub> = I<sup>2</sup> R<sub>1</sub> + I<sup>2</sup> R<sub>2</sub>
- En las resistencias internas del motor y del generador: P<sub>r</sub> = I<sup>2</sup> r<sub>m</sub> + I<sup>2</sup> r<sub>g</sub>

Haciendo un balance podemos plantear:

**Potencia eléctrica entre A y E + Potencia generada entre A y E = Potencia consumida entre A y E**

Es decir:

$$I (V_A - V_B) + I E = I^2 R_1 + I^2 R_2 + I^2 r_g + I^2 r_m + I E'$$

$$(V_A - V_B) + E = I R_1 + I R_2 + I r_g + I r_m + E'$$

$$(V_A - V_B) + = I (R_1 + R_2 + r_g + r_m) + (E' - E)$$

$$(V_A - V_B) + = I (R_1 + R_2 + r_g + r_m) - (E - E')$$

Lo que nos lleva a una expresión general tal como :

$$(V_A - V_B) = I \sum (R + r) - \sum E$$

conocida como **Ley de Ohm generalizada**, ya que se reduce a la Ley de Ohm si suponemos que no existen motores ni generadores ( $E = 0$ ;  $E' = 0$ ;  $r = 0$ ).

La expresión anterior permite hacer cálculos en circuitos en los cuales estén conectados motores y generadores.

**Ejemplo 1**

Calcular para el circuito de la figura:

- a) Intensidad que circula.
- b) Diferencia de potencial entre los puntos B y D
- c) Potencia útil del motor.
- d) Realizar un balance de potencia para todo el circuito.

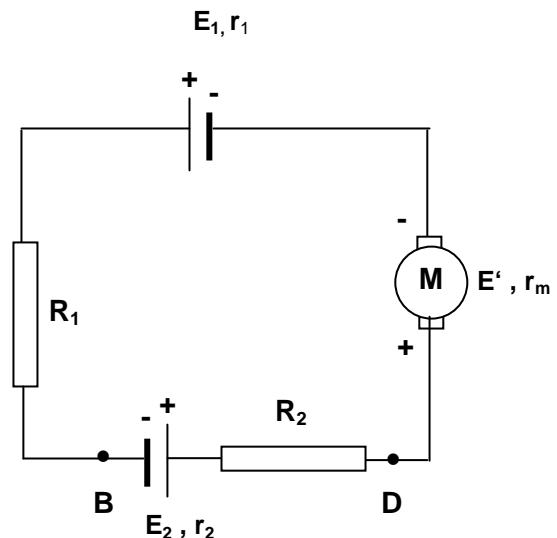
DATOS:

Resistencias:  $R_1 = 60 \Omega$ ,  $R_2 = 32 \Omega$

Generador 1 :  $E_1 = 30 \text{ V}$ ;  $r_1 = 2 \Omega$

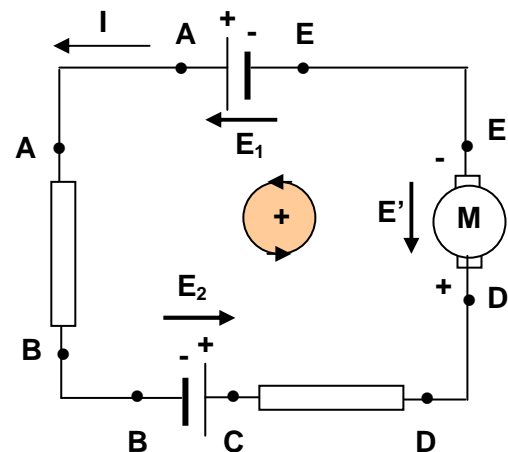
Generador 2 :  $E_2 = 20 \text{ V}$ ;  $r_2 = 1 \Omega$

Motor:  $E' = 12 \text{ V}$ ;  $r_m = 5 \Omega$



Para resolver problemas en los que haya que aplicar la Ley de Ohm generalizada, proceder de la siguiente manera:

1. Considerar un sentido de circulación de la corriente (arbitrario)
2. Pintar los vectores que representan las fem y fcem de los generadores y motores. Sentido del polo negativo al positivo por el interior del generador o motor.
3. Elegir un sentido positivo de recorrido del circuito (arbitrario)
4. Considerar positiva la intensidad de corriente si va en el mismo sentido que el que se ha tomado como positivo. Si va en sentido contrario será negativa.
5. Considerar las fem o como positivas si van en el sentido tomado como tal. Si van en sentido contrario serán negativas (fcem)
6. Las resistencias son siempre positivas.



a) Para calcular la intensidad de corriente se aplica la Ley de Ohm generalizada a la totalidad del circuito. Para ello se toma un punto de salida (por ejemplo el punto A) y se recorre todo el circuito hasta regresar al mismo punto. Como salimos y llegamos al mismo punto la diferencia de potencial será nula, luego para este caso el primer miembro de la ecuación será cero:

$$0 = I \sum (R + r) - \sum E$$

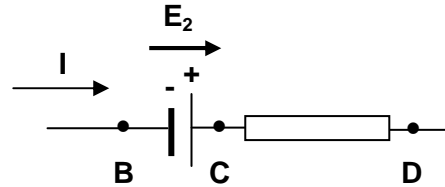
recorriendo ahora el circuito y aplicando las normas dadas, obtendremos:

$$0 = I (60 + 1 + 32 + 5 + 2) - (20 - 12 + 30) \quad \text{Despejando la intensidad: } I = 0,380 \text{ A} = 380 \text{ mA}$$

**Como la intensidad nos da positiva nos indica que el sentido tomado es el correcto. Si hubiera dado negativa nos indicaría que la intensidad circularía, realmente, en sentido contrario al tomado inicialmente.**

b) Para calcular  $V_{BD}$  elegimos primero un sentido positivo para ir de un punto a otro.

Supongamos que elegimos como sentido positivo el que va de B a D. Aplicando la Ley de Ohm generalizada:



$$V_B - V_D = 0,380 (1 + 32) - 20 = -7,46 \text{ V}$$

Diferencia de potencia negativa ya que  $V_B < V_D$

c) La potencia útil del motor es la potencia eléctrica que puede transformar:

$$P_u = E' I = 12 \text{ V} \cdot 0,380 \text{ A} = 4,56 \text{ W}.$$

d) Se genera potencia eléctrica en ambos generadores

► Generador 1:

$$P_g(1) = E_1 \cdot I = 30 \text{ V} \cdot 0,380 \text{ A} = 11,40 \text{ W}.$$

► Generador 2:

$$P_g(2) = E_2 \cdot I = 20 \text{ V} \cdot 0,380 \text{ A} = 7,60 \text{ W}.$$

Se consume potencia eléctrica :

► En las resistencias:

$$P_{r1} = I^2 r_1 = 0,380^2 \text{ A}^2 \cdot 2 \Omega = 0,29 \text{ W}$$

$$P_{r2} = I^2 r_2 = 0,380^2 \text{ A}^2 \cdot 1 \Omega = 0,14 \text{ W}$$

$$P_{r_m} = I^2 r_m = 0,380^2 \text{ A}^2 \cdot 5 \Omega = 0,72 \text{ W}$$

$$P_{R1} = I^2 R_1 = 0,380^2 \text{ A}^2 \cdot 60 \Omega = 8,66 \text{ W}$$

$$P_{R2} = I^2 R_2 = 0,380^2 \text{ A}^2 \cdot 32 \Omega = 4,62 \text{ W}$$

► En el motor:

$$P_u = I E' = 0,380 \text{ A} \cdot 12,0 \text{ V} = 4,56 \text{ W}$$

Debe de cumplirse: P generada = P consumida

$$P_{gen} = (11,40 + 7,60) \text{ W} = 19,00 \text{ W}$$

$$P_{cons} = (0,29 + 0,14 + 0,72 + 8,66 + 4,62 + 4,56) \text{ W} = 18,99 \text{ W} \quad (\text{diferencia debida a la aproximación de los decimales})$$

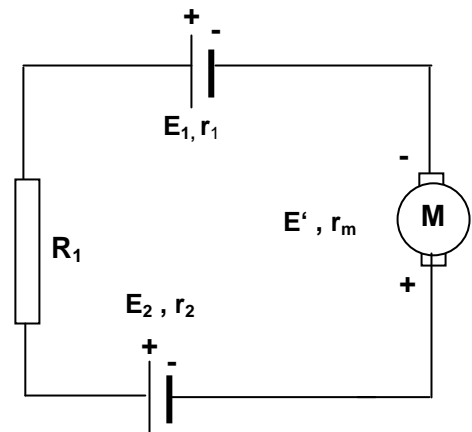
**Ejemplo 2**

Calcular para el circuito de la figura:

- a) Intensidad que circula.
- b) Diferencia de potencial entre los puntos B y D
- c) Estudiar las relaciones de potencia para el generador
- d) Estudiar las relaciones de potencia para el motor.

DATOS:

Resistencias:  $R_1 = 92 \Omega$   
 Generador 1 :  $E_1 = 30 \text{ V}$  ;  $r_1 = 2 \Omega$   
 Generador 2 :  $E_2 = 10 \text{ V}$  ;  $r_2 = 1 \Omega$   
 Motor:  $E' = 12 \text{ V}$  ;  $r_m = 5 \Omega$



**Solución:**

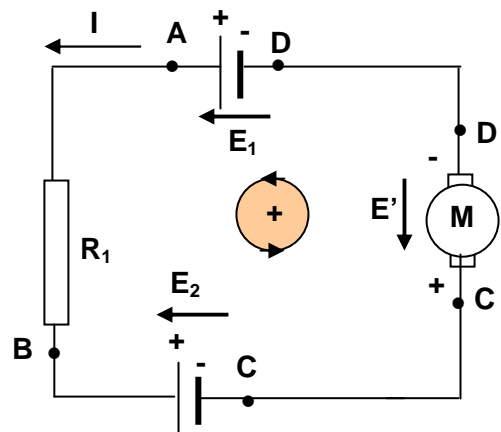
Elegimos un sentido positivo para recorrer el circuito, pintamos las fuerzas electromotrices y contraelectromotrices y consideramos un sentido para la intensidad de la corriente.

Aplicamos la Ley de Ohm generalizada a la totalidad del circuito para calcular la intensidad de corriente:

$$0 = I \sum (R + r) - \sum E$$

$$0 = I (92+1+5+2) - (-10 -12 + 30)$$

$$I = 0,08 \text{ A} = 80 \text{ mA}$$



Para calcular la d.d.p entre B y D podemos hacerlo siguiendo dos caminos diferentes:

- Por "arriba": atravesando  $R_1$  y el generador  $E_1$  :

$$V_B - V_D = - 0,08 (92+2) - (-30) = 22,48 \text{ V}$$

- Por "abajo", atravesando  $E_2$  y el motor:

$$V_B - V_D = 0,08 (1+5) - (-10- 12) = 22,48 \text{ V}$$

Como es lógico se obtiene el mismo resultado

c) Relaciones de potencia en el generador

**Un generador transforma energía no eléctrica en eléctrica.** La potencia da la rapidez con que puede hacerlo viene dada por:

$$P_g = E I = 30 \text{ V} \cdot 0,08 \text{ A} = 2,40 \text{ W}$$

Parte de la energía generada no sale al circuito, ya que se consume en la resistencia interna del generador: **La potencia disipada como calor en la resistencia interna vale:**

$$P_r = I^2 r = 0,08^2 \text{ A}^2 \cdot 2 \Omega = 0,01 \text{ W}.$$

Luego **la potencia útil**, utilizable en el circuito, será :

$$P_u = P_g - P_r = (2,4 - 0,013) \text{ W} = 2,39 \text{ W}$$

También podemos calcular la potencia útil haciendo:

$$P_u = I (V_A - V_D), \text{ donde } V_{AD} \text{ es la diferencia de potencial entre bornes del generador.}$$

Para calcular la diferencia de potencial entre bornes del generador ( $V_A - V_D$ ) aplicamos la Ley de Ohm generalizada al generador y vamos de A a D atravesando el generador:

$$V_A - V_D = - 0,08 (2) - (-30) = 29,84 \text{ V}$$

Por tanto:

$$P_u = I (V_A - V_D) = 0,08 \text{ A} \cdot 29,84 \text{ V} = 2,39 \text{ W}$$

En resumen, un generador transforma energía no eléctrica en energía eléctrica a un ritmo (potencia generada) :

$$P_g = E \cdot I$$

Parte de la energía generada no es utilizable, ya que se transforma en calor en sus resistencias a un ritmo (potencia disipada en la resistencia interna) :

$$P_r = I^2 r$$

Y el resto "sale" al circuito para ser consumida en los elementos conectados. Esto sucede a un ritmo (potencia útil) :

$$P_u = P_g - P_r = I V$$

Donde V es la diferencia de potencial en bornes del generador.

Como se puede observar la potencia generada es proporcional a la fuerza electromotriz y la potencia útil es proporcional a la diferencia de potencial en bornes. Como  $P_g$  es siempre mayor que  $P_u$ , resultará que E es siempre mayor que V:

$$P_g > P_u ; E > V$$

**Esto sucede en un generador a no ser que la intensidad de corriente que lo atraviesa sea nula (circuito abierto). Entonces  $E = V$**

**O lo que es lo mismo, si medimos la d.d.p. en bornes de una pila sin conectarla obtendremos el valor de su fem.**

#### d) Relaciones de potencia en un motor

**Un motor (o una pila que se esté cargando) transforma energía eléctrica en no eléctrica.** El ritmo (potencia) al absorbe energía eléctrica vendrá dado por:

$$P_{abs} = V \cdot I . \text{ Donde } V \text{ es la diferencia de potencial en bornes del motor: } V_c - V_D$$

Para calcular la diferencia de potencial en bornes del motor aplicamos la Ley de Ohm generalizada al motor y vamos de C a D atravesando el motor:

$$V_c - V_D = 0,08 (5) - (-12) = 12,40 \text{ V}$$

Por tanto:

$$P_{abs} = I (V_c - V_D) = 0,08 \text{ A} \cdot 12,40 \text{ V} = 0,99 \text{ W}$$

Parte de la energía absorbida no se convierte en energía no eléctrica, ya que se consume en la resistencia interna del motor. **La potencia disipada como calor en la resistencia interna vale:**

$$P_r = I^2 r = 0,08^2 \text{ A}^2 \cdot 5 \Omega = 0,03 \text{ W}.$$

Luego **la potencia útil**. Esto es, el ritmo al cual el motor convierte la energía eléctrica en no eléctrica, será :

$$P_u = P_{abs} - P_r = (0,99 - 0,03) \text{ W} = 0,96 \text{ W}$$

También podemos calcular la potencia útil haciendo:

$$P_u = I E' = 0,08 \text{ A} \cdot 12 \text{ V} = 0,96 \text{ W}$$

En resumen, un motor (o una pila en carga) transforma energía eléctrica en energía no eléctrica, absorbiendo energía eléctrica a un ritmo (potencia absorbida) :

$$P_{abs} = V I$$

Donde V es la d.d.p. en bornes del motor.

Parte de la energía absorbida no es utilizable, ya que se transforma en calor en sus resistencias a un ritmo (potencia disipada en la resistencia interna) :

$$P_r = I^2 r$$

El resto es la potencia útil. Esto es, el ritmo al cual la energía eléctrica absorbida es transformada en energía utilizable (potencia útil)

$$P_u = P_{abs} - P_r = I E'$$

Donde V es la d.d. p. en bornes del generador.

Como se puede observar, la potencia útil es proporcional a la fuerza contraelectromotriz y la potencia absorbida es proporcional a la diferencia de potencial en bornes. Como  $P_{abs}$  es siempre mayor que  $P_u$ , resultará que V es siempre mayor que  $E'$ :

$$P_{abs} > P_u ; V > E'$$