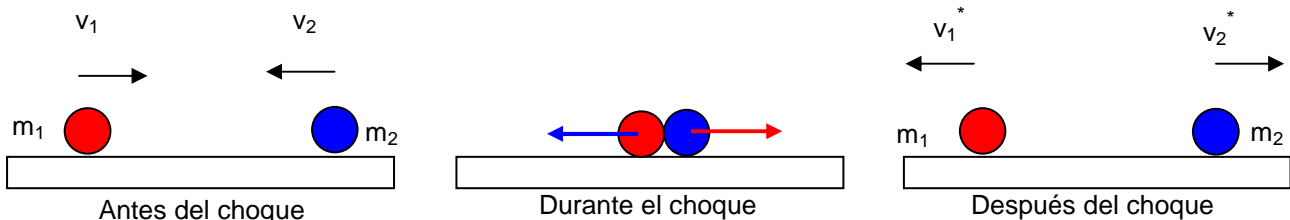


Colisión (choque) frontal

En una colisión frontal (ver figura) se conserva el momento lineal del sistema formado por ambos cuerpos ya que durante el choque sólo actúan fuerzas internas entre los objetos que chocan.



Podría objetarse que puede no cumplirse la condición impuesta para que el momento lineal se mantenga invariable. Esto es que la resultante de las fuerzas exteriores actuantes sea nula ( $F_{ext} = 0$ ) ya que en una experiencia real actuará sobre los objetos la fuerza de rozamiento (fuerza exterior al sistema).

Pues bien, aún en este caso podremos suponer que el momento lineal se conserva si consideramos únicamente un intervalo de tiempo muy pequeño que comprenda un instante anterior al choque, el mismo choque y un instante después de éste. Si este intervalo de tiempo es lo suficientemente pequeño podemos considerar que la variación producida en el momento lineal por la acción de las fuerzas exteriores debe ser muy pequeña y, en consecuencia podemos ignorarla. En consecuencia, usaremos como valor de la velocidad con que chocan los objetos el valor que esta magnitud tenga para ambos un instante anterior al choque y obtendremos con los cálculos su velocidad en el instante siguiente a él. Si efectivamente actúa una fuerza esta velocidad será modificada a medida que transcurra el tiempo.

Podemos escribir, por tanto:

$$\vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{después}}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^* + \vec{p}_2^*$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1^* + m_2 \vec{v}_2^*$$

y ya que el movimiento va a tener lugar en una dirección paralela al plano podemos prescindir de la notación vectorial y escribir simplemente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^* \quad (1)$$

Al tener una sola ecuación y dos incógnitas (las velocidades después del choque, señaladas con asterisco) la solución es indeterminada. Necesitamos una segunda ecuación.

Una manera bastante sencilla de obtener esta segunda ecuación es a partir de la definición del llamado “**coeficiente de restitución**”, **e**. Este coeficiente fue ya propuesto por Newton, sirve sólo para choques frontales y tiene validez solamente aproximada. Se define de la forma siguiente:

$$e = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2} \quad (2)$$

El valor de **e** oscila entre:

- 0: Choque inelástico.**
- 1: Choque elástico.**

Considerando entonces la ecuación (1) que expresa la conservación del momento lineal y la (2) que nos da el coeficiente de restitución se puede obtener el valor de las velocidades después del choque:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

$$e = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Operando se llega a las siguientes expresiones:

$$v_1^* = \frac{m_2 v_2 (e + 1) + v_1 (m_1 - m_2 e)}{m_1 + m_2} \quad v_2^* = \frac{m_1 v_1 (e + 1) + v_2 (m_2 - m_1 e)}{m_1 + m_2}$$

Apliquemos estas expresiones para resolver algunos casos.

### Caso 1. Cuerpos con la misma masa

En el caso de que los cuerpos que chocan tengan la misma masa:  $m_1 = m_2 = m$ , podremos tener varios tipos de choque:

#### ► Choque inelástico ( $e = 0$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m v_2 (0 + 1) + v_1 (m - m \cdot 0)}{m + m} = \frac{\cancel{m} (v_2 + v_1)}{2 \cancel{m}} = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

Si repetimos el procedimiento con la velocidad del cuerpo 2 después del choque obtenemos exactamente la misma expresión. Luego:

Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) inelástico ( $e = 0$ ), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

En el caso particular de que ambas velocidades sean iguales, pero de distinto sentido ( $V_1 = -V_2$ ) la velocidad final de ambos cuerpos será nula.

#### ► Choque elástico ( $e=1$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m v_2 (1 + 1) + v_1 (m - m)}{m + m} = \frac{\cancel{2m} v_2}{\cancel{2m}} = v_2$$

$$v_2^* = \frac{m v_1 (1 + 1) + v_2 (m - m)}{m + m} = \frac{\cancel{2m} v_1}{\cancel{2m}} = v_1$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) elástico ( $e = 1$ ), ambos cuerpos intercambian los valores de sus velocidades.**

$$v_1^* = v_2$$

$$v_2^* = v_1$$

#### ► Choque intermedio ( $0 < e < 1$ )

Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir, **el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico.** Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:

- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$  correspondiente a  $e = 0$  hasta el valor  $v_2$  correspondiente al valor  $e = 1$ .
- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$  hasta el valor  $v_1$  correspondiente al valor  $e = 1$ .

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

<http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Colisiones/HojaColisiones.xls>

Valores iniciales				Comprobación			
$m_1$ (kg)	1,00	$v_1$ (m/s)	10,00				
$m_2$ (kg)	1,00	$v_2$ (m/s)	6,00				
$e$	$v_1^*$ (m/s)	$v_2^*$ (m/s)			Pantes (kg.m.s-1)	Pdesp (kg.m.s-1)	
<b>Inelástico</b>	0,00	8,00	8,00		16,00	16,00	
	0,10	7,80	8,20		16,00	16,00	
	0,20	7,60	8,40		16,00	16,00	
	0,30	7,40	8,60		16,00	16,00	
	0,40	7,20	8,80		16,00	16,00	
	0,50	7,00	9,00		16,00	16,00	
	0,60	6,80	9,20		16,00	16,00	
	0,70	6,60	9,40		16,00	16,00	
	0,80	6,40	9,60		16,00	16,00	
	0,90	6,20	9,80		16,00	16,00	
<b>Elástico</b>	1,00	6,00	10,00		16,00	16,00	

### Caso 2. Cuerpos con distinta masa.

Consideremos ahora el caso, más general, en el cual ambos cuerpos tienen masas diferentes. Siempre podemos establecer una relación entre las masas de ambos tal como:

$$m_2 = k m_1, \text{ donde } k \text{ es una constante que se puede obtener haciendo : } k = \frac{m_2}{m_1}$$

#### ► Choque inelástico ( $e = 0$ )

Sustituyendo los valores de las masas y de  $e$  en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k v_2 + v_1}{1 + k}$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) inelástico ( $e = 0$ ), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:**

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k v_2 + v_1}{1 + k}$$

► **Choque elástico (e=1)**

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \quad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$$

**Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) elástico (e = 1), ambos cuerpos se mueven tras el choque con unas velocidades dadas por:**

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \quad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$$

► **Choque intermedio (0 < e < 1)**

**Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico.** Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:

- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$  correspondiente a e = 0, hasta el valor  $\frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k}$  para e = 1.
- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor  $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$  hasta el valor  $\frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$  (e = 1)

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

<http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Colisiones/HojaColisiones.xls>

Valores iniciales				Comprobación	
m <sub>1</sub> (kg)	1,00	v <sub>1</sub> (m/s)	10,00		
m <sub>2</sub> (kg)	4,00	v <sub>2</sub> (m/s)	6,00		
e	v <sub>1</sub> <sup>*</sup> (m/s)	v <sub>2</sub> <sup>*</sup> (m/s)	Pantes (kg.m.s-1)	Pdesp (kg.m-s-1)	
0,00	6,80	6,80	34,00	34,00	
0,10	6,48	6,88	34,00	34,00	
0,20	6,16	6,96	34,00	34,00	
0,30	5,84	7,04	34,00	34,00	
0,40	5,52	7,12	34,00	34,00	
0,50	5,20	7,20	34,00	34,00	
0,60	4,88	7,28	34,00	34,00	
0,70	4,56	7,36	34,00	34,00	
0,80	4,24	7,44	34,00	34,00	
0,90	3,92	7,52	34,00	34,00	
1,00	3,60	7,60	34,00	34,00	